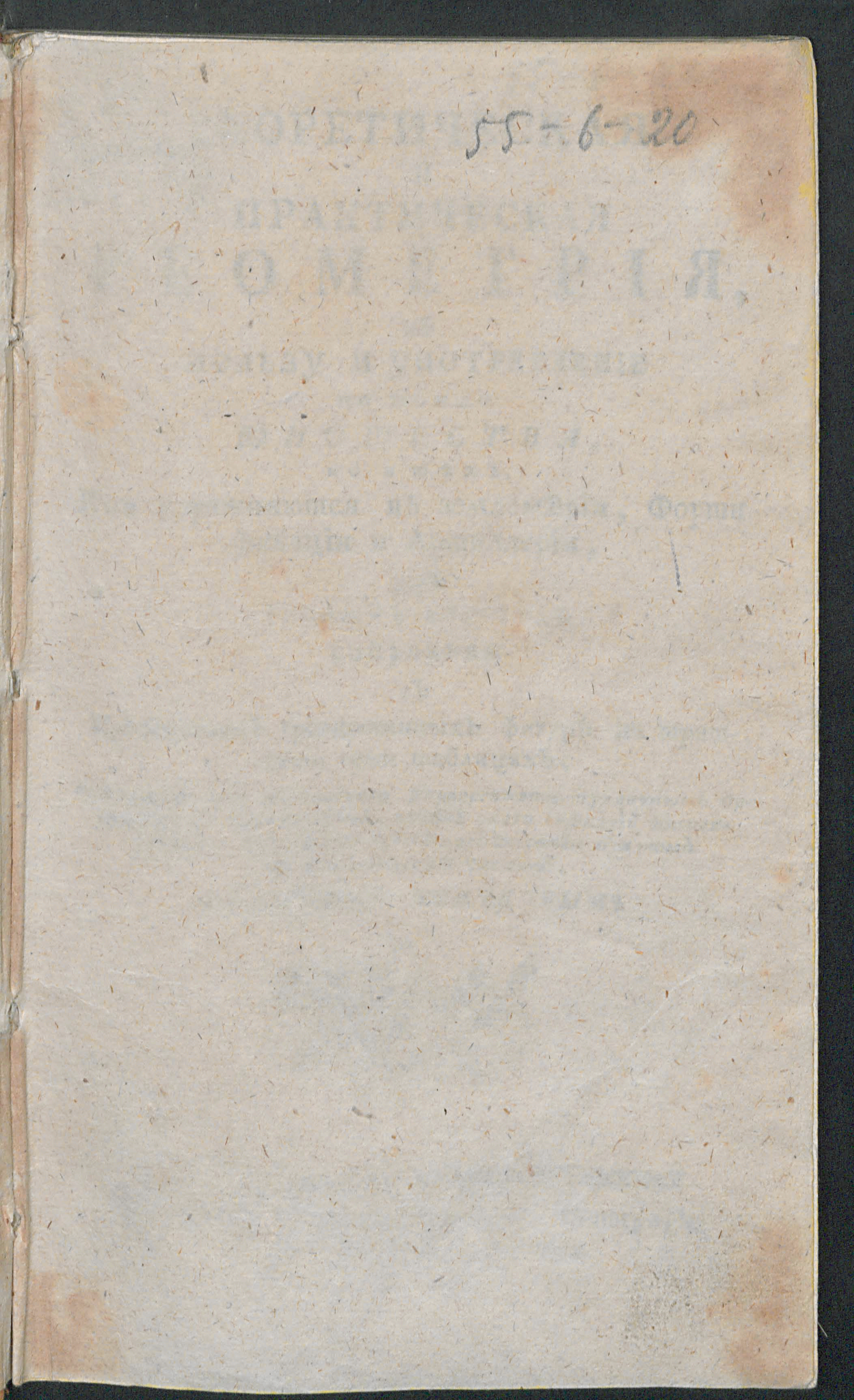
№ Сочинения
7681.
№ Волюма
14600.
№ Шкапа
28.
№ Полки
4.
БИБЛІОТЕКА ГЕНЕРАЛЬНАГО ШТАБА



ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И ПРАКТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРІЯ,

ВЪ
ПОЛЬЗУ И УПОТРЕБЛЕНІЕ
не токмо
ЮНОШЕСТВА,
но и тѣхъ,
Кои упражняются въ землемѣріи, Фортификаціи и Артиллеріи,
изъ
РАЗНЫХЪ АВТОРОВЪ
собранная
съ
Пріобщеніемъ гравированныхъ фигуръ на тритцати семи таблицахъ,

Императорскаго Московскаго Университета публичнымъ Ординарнымъ Профессоромъ, обѣихъ онаго Гимназій Инспекторомъ и Московскаго Россійскаго Собранія притомъ же Университетѣ Членомъ,

ДМИТРІЕМЪ АНИЧКОВЫМЪ.

ВЪ Москвѣ въ Университетской Типографіи
у Н. Новикова 1780 года.

ОДОБРЕНІЕ:

По приказанію Императорскаго Московскаго Университета Господъ Кураторовъ, я читалъ Теоретическую и Практическую Геометрію *и не нашелъ въ ней ничего противнаго наставленію, данному мнѣ о разсматриваніи печатаемыхъ въ Университетской* Типографіи *книгъ; почему оная и напечатана быть можетъ. Коллежскій Совѣтникъ, Краснорѣчія Профессоръ и Ценсоръ печатаемыхъ въ Университетской Типографіи книгъ.*

АНТОНЪ БАРСОВЪ.

ПРЕДИСЛОВІЕ.

Упражняющіеся въ какой либо наукѣ, обыкновенно стараются много говорить въ похвалу оной съ тѣмъ, чтобъ чрезъ то, показавъ причину похвальнаго своего упражненія, удобнѣе можно было имъ и другихъ возбудить къ подобномужъ предпріятію. Но я, при изданіи въ свѣтъ изъ разныхъ авторовъ мною собранной теоретической и практической Геометріи, не предпріемлю простираться въ ея похвалахъ, будучи удостовѣренъ, что Геометрія не утверждается на одномъ людскомъ мнѣніи, вѣроятія токмо достойномъ, но сама себя утвержденіемъ самой истинны ограждаетъ и творитъ похвальною. И хотя многія вещи отмѣннымъ витійствомъ увеличить и возвысить, или яснымъ доказательствомъ умалить и унизить, или на конецъ нѣкоторымъ обоюднымъ описаніемъ превратно представить

возможно; но Геометрія, яко основательная каука, собственною своею ограждающаяся силою и на своемъ неподвижномъ основаніи утверждающаяся, всегда неподвижна, проста и единообразна пребываетъ. Ибо въ ней никакіе споры не могутъ имѣть мѣста, которыхъ бы чрезъ доказательство и изъ того непосредственно произведенною достовѣрною истинною уничтожить не можно было. Въ ней находящіеся доводы не совѣтъ токмо подаютъ намъ, но принуждаютъ насъ быть убѣжденными, и какъ бы руководствомъ самой природы доводятъ до основательнаго вещей познанія. И какъ самая природа постепенно доходитъ до совершенства, такъ и Геометрія отъ самыхъ нижайшихъ началъ простирается къ высочайшимъ. На пр. что можетъ быть простѣе точки? Но изъ оной производятся всѣ виды протяженій, такъ что точка удивительную въ себѣ заключаетъ безконечность. Чтожъ принадлежитъ до теоремъ и задачь, въ Геометріи съ дока-

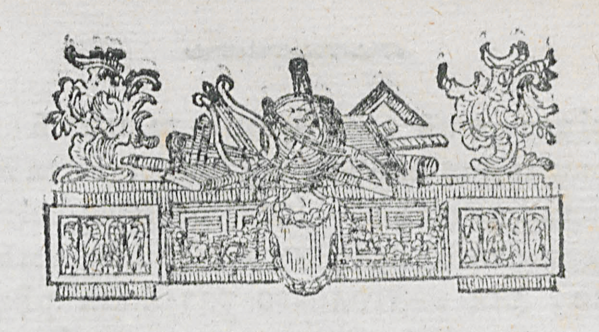
казательствомъ предлагаемыхъ, то оныя весьма чувствительно показываютъ намъ и тотъ порядокъ, по которому бы мы исправляли и въ общей жизни случающіяся свои дѣла и ничего не предпринимали безъ надлежащаго разсужденія. Притомъ какъ самая природа весьма тщательно старается произвесть что нибудь новое, такъ и Геометрія всегда нѣчто похвальное разсматриваетъ, изыскиваетъ и вымышляетъ. Почему не основательно разсуждаютъ тѣ, кои, желая уважить математическія науки, говорятъ, яко бы оныя для увеселенія токмо ума человѣческаго, а не для самой общественной пользы выдуманы. Но въ общежитіи, какъ опытомъ самымъ дознано, нѣтъ ничего такого, чтобы столь много вспомоществовало, какъ порядокъ и соразмѣрность, то есть, во всемъ умѣренность, что самое въ Геометріи и объясняется. Слѣдовательно вездѣ скрывается нѣкоторая сила Геометріи, которая превосходитъ, или нѣтъ, самую природу, того хотя

разсмотрѣть и не можно, развѣ усмотришь тогда, когда самъ въ оной упражняться будешь. Увидишь всеконечно, что и разные виды Геометрическихъ фигуръ, весьма живо представляющихъ намъ различіе вещей, въ мірѣ семъ находящихся, великое причиняютъ намъ удовольствіе, когда познáемъ, что тѣ фигуры изображаютъ приличіе и дозволенное употребленіе вещей, въ которыхъ находится видъ сообразности частей; а которыя имѣютъ сбивчивое и не порядочное составленіе оныхъ, безъ всякаго взаимнаго другъ къ другу соотвѣтствія, тѣ чрезъ то доказываютъ вредность вещей и самую скуку, изъ оныхъ происходящую. И какъ въ природѣ вещей ничего столь превратнаго и столь вреднаго не находится, чего бы человѣку не можно было обратить въ свою пользу, только бы доставало столько прозорливости въ его разумѣ: такъ и въ Геометріи нѣтъ ничего столь безобразнаго, столь не порядочнаго и столь скрытнаго, чего бы упражняющійся въ оной

оной не могъ или привести въ порядокъ, или открыть своимъ стараніемъ, естьли столько силы находится въ его разсужденіи. На конецъ и самыя предложенія Геометрическія, изъ которыхъ всякое послѣдующее происходитъ изъ предыдущаго, не живо ли намъ представляютъ таковымъ своимъ взаимнымъ отношеніемъ, что все въ природѣ вещей состоитъ и утверждается на взаимномъ вспомоществованіи и одно отъ другаго зависитъ. Словомъ: такой образъ и видъ имѣетъ Геометрія, что чрезъ посредство началъ ея всякому о всѣхъ приключеніяхъ, въ мірѣ семъ собывающихся, и о всѣхъ послѣдованіяхъ, въономъ продолжающихся, умозрительное разсужденіе безъ всякой погрѣшности производить можно. Чтожъ принадлежитъ до начала и происхожденія Геометріи, то она не отъ Египтянъ, не отъ Халдеевъ и не отъ Финикіянъ, какъ нѣкоторые думаютъ, произошла, но отъ Бога, по тому что всѣ основательныя науки суть вѣчныя. И такъ я сію превосход-

ходную науку, то есть, Геометрію, изъ разныхъ наилучшихъ какъ Латинскихъ, такъ и Россійскихъ авторовъ посильными моими трудами собранную издаю въ свѣтъ съ тою надеждою, что, естьли она, такъ какъ и Ариѳметика, мноюжъ изданная въ 1775 году вторымъ тисненіемъ, на которую я въ нѣкоторыхъ и сея книги параграфахъ ссылаюсь, благосклонно принята будетъ Почтенною Публикою, сіе имѣетъ послужить мнѣ поощреніемъ къ дальнѣйшему продолженію моихъ трудовъ, то есть, къ равномѣрному изданію въ свѣтъ и другихъ математическихъ частей.

ЧАСТЬ



ЧАСТЬ ПЕРВАЯ. ЕВТИМЕТРІЯ, ИЛИ ЛОНГИМЕТРІЯ.

ГЛАВА ПЕРВАЯ О НАЧАЛАХЪ ГЕОМЕТРІИ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ I.

§. 1.

Геометрія (Geometria) есть наука о величинѣ, или пространствѣ, имѣющемъ протяженіе въ длину, ширину и толщину. Или, Геометрія есть наука, которая показываетъ свойство всякаго протяженія, предѣлы имѣющаго, и подаетъ способъ къ точному измѣренію всѣхъ протяженій, которыя въ тѣлахъ быть могутъ.

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 2. Геометрія по Россійски называется *землемѣріе*, по тому что она начало свое

воспрїяла отъ размѣренія разныхъ на поповерьхности земной обрѣтающихся мѣстъ. Еврейскій историкъ Іосифъ изобрѣтеніе ея приписываетъ древнимъ Египтянамъ, которые, для ежегоднаго разлитія рѣки Нила, принуждены были сыскать нѣкоторую науку, по которой бы помянутымъ наводненіемъ разоренныя межи ихъ полей и пашенъ опять найти имъ можно было.

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 3. Хотя сего отрицать и не можно, что протяженіе измѣряется весьма легко и способно; ибо, когда кто сажень имѣетъ, то перенося оную съ одного мѣста на другое, весьма удобно узнать можетъ, какой длины, на пр. чей дворъ, поле, или другое какое протяженіе; однако иногда бываютъ такіе случаи, что сіе учинить трудно, и не всякъ можетъ показать, какимъ образомъ измѣреніе производить должно. Такъ на пр не всякъ узнаетъ, какъ ему къ сему приступить, когда разстояніе между шпицами двухъ башенъ вымѣрять надлежитъ. И сему-то учитъ Геометрїя, и подаетъ надежныя правила, которыя сперва выучить, а потомъ съ пользою употреблять можно.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 4. Изъ чего явствуетъ, что находятся двоякіе случаи къ измѣренію чего-

нибудь:

нибудь: первой, когда какое протяженіе, которое вымѣрять надлежитъ, мѣрою дѣйствительно вымѣрять и примѣтить можно, сколько разъ оная мѣра въ такомъ протяженіи содержаться должна; второй случай, когда какое протяженіе, которое вымѣрять дано, мѣрою дѣйствительно вымѣряно быть не можетъ, и слѣдовательно непосредственно узнать того не льзя, сколько разъ такая мѣра въ ономъ протяженіи содержаться можетъ. Первой случай не имѣетъ никакой трудности, а послѣдній тѣмъ труднѣе, что любопытство наше въ томъ, чтобъ узнать мѣру такого протяженія, инымъ образомъ удовольствовано быть не можетъ, какъ только тѣмъ, когда между онымъ протяженіемъ, которое дѣйствительно вымѣрять не льзя, также и между другимъ, которое дѣйствительно вымѣрять можно, сыскано будетъ сравненіе, помощію котораго и по исправнымъ выкладкамъ уже можно будетъ доказать, сколь велико искомое протяженіе.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 5. Изъ чего явствуетъ 1.) что въ Геометріи особливо требуется сіе, чтобъ знать свойства протяженія съ такимъ основаніемъ, дабы во всѣхъ случаяхъ

 мо-

можно было дѣлать помянутое сравненіе, чему и учитъ *Геометрія Теоретическая* (Geometria Theoretica). Напротивъ же того *Геометрія Практическая* (Geometria Practica) употребляетъ въ самомъ дѣйствіи все то, что предписано и показано въ Теоретической. 2.) Что въ Геометріи величины двоякаго роду быть должны: однѣ тѣ, которыя дѣйствительно вымѣрять можно, и называются оныя *данныя*, или *извѣстныя величины* (magnitudines datae); а другія, для которыхъ, помощію токмо сравненія съ данными, мѣру сыскать можно, именуются *искомыя*, или *неизвѣстныя величины* (magnitudines quæsitæ, siue incognitæ).

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 6. И такъ Геометрія учитъ насъ тому, какъ какогонибудь разстоянія, вышины, глубины, должно сыскивать подлинную величину, которой хотя дѣйствительно вымѣрять и не можно; притомъ подаетъ способъ къ точному сниманію чертежей съ городовъ, крѣпостей, полей, лѣсовъ, морей, цѣлыхъ земель и съ прочихъ сему подобныхъ вещей.

ПРИБАВЛЕНІЕ 4.

§. 7. Изъ чего видно, что предметы Геометріи суть слѣдующіе:

1, *Пространство*, (Spatium) которое во всѣ стороны имѣетъ опредѣленное протяженіе;

женіе; и сіе называется *Геометрическимъ тѣломъ* (corpus) или *толстотою* (solidum).

2, *Крайнѣйшія стороны*, въ которыхъ отвсюда пространство заключается, и каждая такая сторона называется *поперьхностію* (superficies).

3, Каждая такая поверьхность также имѣетъ свои предѣлы, которые оную отвсюда окружаютъ; и такіе предѣлы поверьхности называются *линѣи*, или *черты* (lineae).

4, Всякая линѣя на своихъ обоихъ концахъ также имѣетъ предѣлы, которые именуются *пункты*, или *точки* (puncta).

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 8. Въ разсужденіи предметовъ Геометріи особливо надлежитъ примѣчать слѣдующее: 1) всякое тѣло, или толстота подлежитъ тремъ измѣреніямъ, въ длину, ширину, толщину, или вышину; 2) поверьхность имѣетъ два только измѣренія, въ длину и ширину; ибо она не можетъ имѣть никакой толщины, по тому что не была бы стороною тѣла, но надлежало бы и самой ей имѣть крайнѣйшія свои стороны; 3) линѣя бываетъ подвержена одному только измѣренію, а именно въ длину; ибо не можетъ она имѣть никакой ширины, по тому что въ такомъ случаѣ была бы она не большая поверьхность; также не можно ей

имѣть никакой ширины и никакой толщины вмѣстѣ; ибо тогда была бы она не большое тѣло; наконецъ 4) точка не имѣетъ никакого измѣренія; ибо она есть токмо начало и конецъ линѣи, и слѣдовательно никакой ширины, никакой длины и никакой толщины имѣть не можетъ.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 9. Поелику Геометрія разсуждаетъ о такомъ протяженіи, которое не имѣетъ никакого вещества: того ради видно, что она не разсуждаетъ о веществѣ, изъ какого состоитъ которое тѣло; но изыскиваетъ токмо одну величину его протяженія, по которымъ оно простирается. И такъ то тѣло, которое въ умѣ безъ всякаго вещества представляется, и которому ничего кромѣ одного протяженія не сообщается, называется *Геометрическимъ тѣломъ* (corpus geometricum) для различенія отъ другихъ тѣлъ, которыя по веществу своему принимаются въ разсужденіе, и оныя для того называются *натуральными*, или *естественными* (naturalia) *тѣлами*, или *Физическими* (Physica); по тому что сіи, въ разсужденіи оныхъ, не состоятъ въ одномъ токмо воображеніи, но и въ свѣтѣ дѣйствительно находятся.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 10. И такъ Геометрія, въ разсужденіи сего, что она разсуждаетъ о такихъ токмо тѣлахъ, какихъ въ свѣтѣ не находится, можетъ ли назваться безполезною наукою? Ни коимъ образомъ; ибо она дѣлаетъ сіе для того, чтобъ сохранить въ разсматриваніи такихъ тѣлъ наисовершеннѣйшую тонкость, и притомъ бы напрасно не вмѣшиваться въ то, что не касается къ ея измѣренію; однакожъ напротивъ того пра́вила, которыя въ ней преподаются, суть такого состоянія, что оныя ко всѣмъ естественнымъ тѣламъ принаравливать можно.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ II.

§. 11. Три вида протяженія, то есть, длина, ширина и толщина, подлежащіе измѣренію, составляютъ три особливыя части Геометріи: оная часть, въ которой разсуждается о свойствѣ линѣй, называется *Лонгиметрія* (Euthymetria, siue Longimetria); та, которая упражняется въ изслѣдованіи поверьхностей, *Планиметрія* (Epipedometria, siue Planimetria), а которая разсуждаетъ о тѣлѣ и о его измѣреніи, та именуется *Стереометрія* (Stereometria).

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 12. Хотя всякое тѣло имѣетъ три измѣренія (§ 8.), и оныхъ ни коимъ об-

разомъ отъ тѣла отдѣлить не можно; однакожъ способность и въ краткихъ предѣлахъ содержащійся разумъ требуетъ того, чтобъ о всякомъ измѣреніи изслѣдовано было порознь. И подлинно о тѣлѣ основательно разсуждать не можно, прежде нежели свойства точекъ, линѣй и поверьхностей, или плоскостей извѣстны будутъ, тамъ какъ и выше сего упомянуто было, что во всякой наукѣ должно имѣть начало отъ самыхъ легчайшихъ понятій (§. 2. Ариѳм. предувѣд.). Чего для и здѣсь надлежитъ сдѣлать начало отъ точекъ, потомъ приступить къ линѣямъ и поверьхностямъ, а напослѣдокъ къ тѣламъ Геометрическимъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ III.

§. 13. *Точка* (punctum) есть знакъ, никакой виличины, то есть, никакого протяженія не имѣющій.

ПРИМѢЧАНІЕ I.

§. 14. Иные точкою называютъ, *что никакихъ частей не имѣетъ*. Но какимъ бы образомъ она ни опредѣлена была, только неотмѣнно вѣдать надлежитъ, что точка математическая есть нѣчто въ мысли представляемое, въ самой вещи оной не находится. Строгость геометрическая подала причину къ такому воображенію, по тому что такой точки на бумагѣ, или на другой какойнибудь поверьхности самымъ тонкимъ

кимъ перомъ назначить, или въ подлинномъ видѣ изобразить ни коимъ образомъ не можно.

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 15. Швентеръ въ Практической своей Геометріи весьма ясно истолковалъ свойство математической точки слѣдующимъ примѣромъ: ежели должно будетъ, говоритъ онъ, раздѣлить какуюнибудь линѣю на двѣ равныя части: то сіе дѣлается такимъ знакомъ, или точкою, которая показываетъ только то мѣсто, въ которомъ оныя линѣи одна отъ другой отдѣляются, а ни у которой линѣи не отнимаетъ ничего; ибо онѣ, взяты будучи вмѣстѣ, всегда будутъ равны первой линѣѣ, которую раздѣлить дано.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ IV.

§. 16. *Линѣя* (linea) есть длина, ни ширины, ни толщины не имѣющая.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 17. Такое протяженіе, которое бы ни ширины, ни толщины, но толькобъ одну длину имѣло, можно вообразить слѣдующимъ образомъ: когда точка, какая описана (§. 13.), будетъ двигаться отъ одного мѣста къ другому; то слѣдъ, которой она по себѣ оставляетъ, будетъ линѣя.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ V.

§. 18. *Прямая линѣя* (linea recta) есть самая кратчайшая изъ всѣхъ, которая ме-
Ф. 1. жду двумя точками A и B проведена быть можетъ, на пр. AB. Или прямая линѣя есть, которой каждая часть подобна цѣлой. Платонъ прямою линѣею называетъ ту, которой концы загораживаютъ средину. На противъ того *кривая линѣя* (linea curva) есть, которая помянутыхъ свойствъ не имѣетъ; или кривая линѣя есть, которая не имѣетъ ни одной части подоб-
Ф. 2. ной цѣлой, на пр. ACB.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 19. Прямая линѣя происходитъ изъ того, когда точка, производящая линѣю, во время своего движенія, идетъ непремѣнно въ одну сторону; а когда точка, во время своего движенія, идетъ сперва въ одну сторону, потомъ въ другую и третью обращается, перемѣняя свое движеніе на всякой часъ: то раждается отъ того кривая линѣя.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 20. Нѣкоторые полагаютъ еще третій родъ линѣй, то есть, которыя составляются изъ прямыхъ и кривыхъ ли-
Ф. 3. нѣй, на пр. DGFEA, и такая линѣя называется *смѣшенная линѣя* (linea mixta). Въ простой Геометріи, какихъ свойствъ

суть

сушь смѣшенная линѣя и кривыя линѣи, о помъ не упоминаешся; но разсуждаешся полько о прямыхъ линѣяхъ и объ одной кривой, а прочія кривыя линѣи, которыхъ есть безчисленное множество, надлежатъ до вышней Геометріи.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 21. Поелику точка не имѣетъ никакихъ частей (§. 14.); того ради и линѣя не можетъ имѣть ни ширины, ни толщины; но только одну длину.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 22. Хотя въ самой вещи длина и не бываетъ никогда безъ ширины, по тому что всѣ линѣи, которыя мы весьма тонко очинеными перьями проводимъ, самую малую ширину имѣютъ, которую по крайней мѣрѣ можно усмотрѣть помощію микроскопа; однако нужно и полезно оную представлять въ особливости. Нужно по тому, что нашъ разумъ не можетъ вдругъ разсуждать о многихъ вещахъ; чего ради только умомъ должно раздѣлять то, что въ натурѣ находится нераздѣльно. Полезно по тому, что бываетъ неисчетное множество такихъ случаевъ, въ которыхъ одно токмо измѣреніе знать надобно, на пр. высоту башни, безъ ширины ея и толщины; ширину рѣки, безъ глубины и длины.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ VI.

§. 23. *Мѣрять* (metiri) не что иное, какъ извѣстное количество сравнивать съ другимъ, которое съ нимъ есть одинакаго роду. То количество, которое принимается за извѣстное, называется *мѣра* (menſura).

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 24. Такое сравненіе состоитъ токмо въ томъ, чтобъ изслѣдовать, сколько разъ одно количество содержится въ другомъ; на пр. сколько разъ пядень моей рукй въ вышинѣ башни, или сколько футовъ въ большомъ слиткѣ золота находится. Но поелику сказать не можно, чтобъ точка нѣсколько разъ въ линѣѣ, линѣя нѣсколько разъ въ поверьхности, а поверьхность нѣсколько разъ въ тѣлѣ содержалась; того ради и вымѣривать не можно никакой линѣи точками, никакой поверьхности линѣями, также и никакого тѣла поверьхностьми; но каждую линѣю надлежитъ измѣрять другою линѣею, поверьхность другою поверьхностью, а тѣло другимъ тѣломъ. Изъ чего явствуетъ, что мѣра всегда должна быть одного роду съ тою вещію, которую мѣрять надобно.

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 25. Мѣра, смотря по состоянію вещей, которыя вымѣривать кто хочетъ, называется разными именами. На пр. при из-

измѣреніи линѣй, мѣра именуется *дюймъ*, *футъ*, *аршинъ*, *саженъ*, *перста*, *миля*, и проч. При тяжелыхъ вещахъ употребляются имена мѣры, *центнеръ*, *фунтъ*, *лотъ*, и проч. Въ вымѣриваніи жидкихъ тѣлъ приняты званія, *тонна* или *бочка*, *кружка*, и проч. Но поелику мѣру, въ разсужденіи величины ея, по изволенію взять можно: то не дивно, что почти столько же мѣръ, сколько городовъ, или земель находится. Но изъ всѣхъ почти употребительнѣйшая мѣра есть оная, которая *Лондонскимъ дюймомъ* (pollex, ſiue digitus) называется, и 12 такихъ дюймовъ составляютъ цѣлой *футъ* (pes). Во многихъ мѣстахъ 11 дюймовъ составляютъ одинъ футъ, а 16 футовъ сажень. Въ Геометріи же не смотрятъ на сіе раздѣленіе, но принимаютъ такой футъ, которой въ каждомъ мѣстѣ употребителенъ. Такой футъ раздѣляется на 10 равныхъ частей, отъ чего происходятъ дюймы; дюймъ дѣлится опять на 10 равныхъ частей, отъ чего получается не большая мѣра, которая называется *линѣя* (linea); а чтобъ въ такомъ раздѣленіи поступить еще далѣе, то дѣлится такая линѣя еще на 10 равныхъ частей, отъ чего происходитъ мѣра прежней гораздо меньше, которая имянуется *скрупулъ* (Scrupulus), такъ, что футъ состоитъ изъ 10 дюймовъ,

изъ 100 линѣй и изъ 1000 скрупуловъ; изъ 10 же такихъ футовъ составляется цѣлая *сажень или рута* (pertica, ſiue decempeda). И сіе называется *Геометрическою*, или *десятичною мѣрою* (Geometrica, ſive decimalis menſura), которая въ Геометріи того ради принята, что она для исчисленія весьма способна. Знаки, по которымъ изъявляются помянутыя мѣры, суть слѣдующіе:

Знакъ сажени	- - -	O
—— футa	- - -	I
—— дюйма	- - -	II
—— линеи	- - -	III
—— скрупула	- -	IV

Такимъ образомъ сіе назначенное число
o I II III IV
5. 7. 3. 2. 7. выговаривается 5 сажень, 7 футовъ, 3 дюйма, 2 линѣи, 7 скрупуловъ. Сіи знаки сперва введены Іоанномъ Байэромъ, а прежде его Симономъ Стевиномъ.

ПРИМѢЧАНІЕ 3.

§. 26. Но чтобъ объ употребительныхъ въ знатнѣйшихъ мѣстахъ мѣрахъ имѣть нѣкоторое понятіе, то надлежитъ примѣчать слѣдующее: когда Лондонской, или Аглинской футъ, для точнѣйшаго содержанія къ прочимъ футамъ, раздѣляется на 1350 равныхъ частей: то прочіе футы, по сравненію съ Аглинскимъ, будутъ имѣть такихъ частей, на пр.

Лон-

Лондонской	1350	Венецiанской	1540
Парижской	1440	Турецкой	3140
Реинландской	1391	Бононской	1682
Римской	1320	Страсбургской	1283
Шведской	1320	Гданской	1271
Дацкой	1403	Ниренбергской	1347
Голландской	1320	Лейденской	1391
Брюссельской	1278	Древней Римской	1317.

ВЪ Россiи употребляются Аглинскiе футы; и для того не безполезна будетЪ и слѣдующая табличка:

1 ГрадусЪ экватора содержитЪ $104\frac{1}{2}$ версты
1 Верста 500 саженЪ, или 3500 Лондон. футовЪ
1 Сажень - - 3 аршина, или 7 Лондонскихъ футовЪ.
1 АршинЪ - - 16 вершковЪ, или $2\frac{1}{3}$ Лонд. футовЪ.
1 Аглинская миля 5000 футовЪ.

ПРИМѢЧАНIЕ 4.

§. 27. По показанной табличкѣ каждую мѣру можно весьма легко привести вЪ другую. ПоложимЪ, что нѣкоторое разстоянiе вымѣрено, котораго найдена длина 540 РимскихЪ футовЪ, и спрашивается, сколько вЪ ономЪ разстоянiи будетЪ ЛондонскихЪ футовЪ? Поелику Римской футЪ раздѣляется на 1320 частей: то найдется число такихЪ же частей, содержащихся вЪ

540

540 Римских футах чрез слѣдующую посылку: когда один Римской фут составляют 1320 частей, то какія такія же части будут составлять 540 Римских футов? То есть, 1 : 1320 = 540 : 712800 найденное четвертое пропорціональное число показывает, что 540 Римских футов составляют 712800 частей. Потом, поелику Римской фут содержится к Лондонскому в таком содержаніи, как 1320 : 1350, дѣлай другую посылку: 1350 частей Римскаго фута составляют 1. Лондонской фут, а 712800 частей, сколько сдѣлают? То есть, 1350 : 1 = 712800. По окончаніи дѣйствія получишь, что показанныя части Римскаго фута дѣлают 528 футов Лондонских; или, что все равно, в данных 540 Римских футах содержится 528 Лондонских футов. Короче рѣшится сей примѣр и сему подобные обратным образом, то есть, части одного фута берутся вмѣсто частей другаго, как на пр. 1350 Римских футов дают 1320 Лондонских футов, что дадут 540 Римских футов? То есть, 1350 : 1320 = 540 : 528. Равным образом всѣ находящіяся в показанной таблицѣ мѣры приводятся в Россійскую мѣру.

При-

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 28. Ежели кто спроситъ, для чего имѣютъ такое стараніе о точномъ измѣреніи не только однихъ протяженій, но притомъ и всѣхъ другихъ вещей, которыя значатъ количество: то надлежитъ отвѣчать такъ, что сіе дѣлается для двухъ причинъ: 1.) что въ разныхъ случаяхъ человѣческаго житія, по измѣренію каждаго количества, находится подлинное содержаніе вещи, которую въ свою пользу весьма способнѣе употреблять можно. Положимъ, что нѣкто имѣетъ у себя несметную сумму, то есть, безмѣрное множество денегъ: то онъ не токмо не можетъ знать, когда сколько изъ такихъ денегъ убыло, но еще не въ состояніи и сметить, на сколько времени оныхъ ему станетъ, пока не сочтетъ помянутыхъ денегъ. 2.) что, особливо въ наукахъ, по измѣренію какойнибудь причины и оной дѣйствія, о истиннѣ той причины тѣмъ больше удостовѣриться можно. На пр. вижу я, что, по учиненному дѣйствію, стекло разбилось въ мѣлкіе куски, и разсуждаю сперва, что сіе дѣйствіе происходитъ отъ воздуха: то можно мнѣ о истиннѣ сей причины увѣриться, когда я найду мѣру количеству давленія воздуха, и по тому

сыщу, что количество такого давленія въ состояніи произвесть помянутое дѣйствіе. О семъ пространнѣе доказывается въ Аерометріи.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ VII.

§. 29. *Поверьхность* (superficies) вообще называется величина, имѣющая протяженіе въ длину и ширину безъ всякой толщины. *Плоская поверьхность* (superficies plana) или *плоскость* (planum), есть такая поверьхность, которая въ длину и ширину простирается по прямымъ *линѣямъ*, такъ чтобъ между всякими данными двумя точками, проведенная на плоскости прямая линѣя, вся падала на поверьхность.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 30. Изъ опредѣленія плоской поверьхности можно видѣть, что будетъ *кривая поверьхность*.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 31. Плоскою поверьхностью, подобно какъ прямую *линѣю* (§. 18.), можно назвать ту, которой края загораживаютъ средину; или плоская поверьхность есть самая кратчайшая между данными предѣлами.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 32. Происхожденіе такого протяженія, которое бы длину и ширину имѣло, можно вообразить слѣдующимъ образомъ: пред-

представь себѣ, что прямая линѣя движется своею длиною поперегъ по другой прямой или кривой линѣѣ: то въ первомъ случаѣ произойдетъ прямая, а въ другомъ кривая поверьхность; слѣдовательно поверьхность плоская или кривая есть не что иное, какъ слѣдъ, оставшійся послѣ движенія прямой или кривой линѣи, по другой прямой опредѣленной длины линѣѣ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ VIII.

§. 33. *Фигура* (figura) вообще есть пространство, со всѣхъ сторонъ ограниченное предѣлами. *Фигура плоская*, есть плоскость въ извѣстныхъ предѣлахъ содержащаяся.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 34. Предѣлы фигуръ могутъ быть либо однѣ прямыя линѣи, и тогда такая фигура называется *прямолинѣйная* (rectilinea); либо кривыя, и тогда называется *криволинѣйная* (curvilinea); либо наконецъ прямыя и кривыя, и тогда называется *смѣшенно-линѣйная* (mixtilinea)

ОПРЕДѢЛЕНІЕ IX.

§. 35. *Кругъ* (circulus) есть фигура плоская, окруженная одною такого свойства кривою линѣею, что всякая оной точка равно отстоитъ отъ извѣстной точки, находящейся въ срединѣ фигуры. Фиг. 4.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 36. Происхожденіе круга можно вообразить слѣдующимъ образомъ: представь себѣ, что будто прямая линѣя АС около одного своего конца С такъ обращается, что оной всегда въ одной точкѣ остается, а другой конецъ А, пребывая вездѣ въ одномъ положеніи, идетъ по пунктирному слѣду ABDE, пока линѣя СА не придетъ опять на прежнее мѣсто. Такимъ образомъ отъ сего движенія раждается содержащаяся въ кривой линѣѣ ABDEA поверьхность, которая называется кругъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ X.

§. 37. *Линѣя* АС, обращающаяся вкругъ точки С, называется *радіусъ*, или *полу-*
фиг. 4. *поперешникъ* (semidiameter, siue radius); неподвижная точка С называется *центръ*, или *средняя точка* (centrum); кривая линѣя А BEFDA, которая происходитъ отъ движенія точки А, называется *периферія*, или *окружность*, (circumferentia, siue peripheria). Ежели полупоперешникъ ВС чрезъ центръ продолжается прямо до другой напротивъ его лежащей стороны окружности въ точку D: то такая продолженная прямая линѣя BCD называется *діаметръ*, или *поперешникъ* круга (diameter); а когда взятыя гдѣнибудь на окужности двѣ точки, на пр. F и E, соединятся прямою линѣею FE: то

сія

сія линѣя FE называется *хорда*, или *тетива* (chorda, siue subtensa). Напослѣдокъ взятая какаянибудь часть окружности, на пр. FE, называется *дуга* (arcus), по тому что она представляется на подобіе натянутаго лука; а прямая линѣя FE, есть хорда сей дуги.

ПОЛОЖЕНІЕ.

§. 38. Окружность всякаго круга, какой бы оной величины ни былъ, Геометры раздѣляютъ на 360 равныхъ частей, изъ которыхъ каждая называется *градусъ* (gradus), и означается знакомъ (o), на пр. 3°, значитъ 3 градуса; полкруга на 180, а четверть круга на 90 градусовъ. Всякой градусъ раздѣляется на 60 равныхъ частей, и такія части, которыхъ 60 составляютъ одинъ градусъ, называются *минуты* (minuta prima) и означаются знакомъ (I), на пр. $4'$, значитъ 4 минуты. Всякая минута раздѣляется на 60 *секундъ* (minuta secunda), которыхъ знакъ есть (II); секунда на 60 *терцій* (minuta tertia), коихъ знакъ есть (III), и такъ далѣе, что во всей окружности каждаго круга будетъ содержаться 360 градусовъ, 21600 минутъ 1296000 секундъ, и 77760000 терцій, а въ половинѣ окружности половинная часть всего того, что есть, 180 градусовъ, и проч.

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 39. Сіе шестидесятное раздѣленіе приписывается древнимъ Египтянамъ, которое они въ кругахъ Астрономическихъ употребляли.

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 40. А что всѣ круги раздѣляются на 360 градусовъ, а не больше и не меньше, сіе зависитъ отъ того, что такое число на многія другія числа дѣлится безъ остатка, а именно: на 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 24, 30, 36, 40, 45, 60, 72, 90, 120, 180; а что знаки тѣ же самые, какіе положены при мѣрѣ линѣйной (§. 24.) и здѣсь употребляются: то изъ сего не можетъ произойти никакого замѣшательства, по тому что по обстоятельствамъ тотчасъ узнать можно, что о градусахъ ли и минутахъ, или о футахъ и дюймахъ говорится.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XI.

Ф. 5. §. 41. *Концентральные круги* (circuli concentrici) называются тѣ, которые описываются изъ одного центра, токмо разными полупоперешниками. На противъ того тѣ, которые производятся изъ двухъ разныхъ центровъ, на пр. С и с, называются *эксцентральные круги* (circuli excentrici). *Вѣнцомъ* же (corona) именуется пространство, между окружностями двухъ одноцентрныхъ круговъ заключающееся.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XII.

§. 42. *Сегментъ круга*, или *отрѣзокъ* Ф. *отъ круга* (segmentum circuli) есть такая его часть AFBA, которая между дугою AFB и хордою AB содержится. *Большой отрѣзокъ* (maius segmentum) называется тотъ, которой больше полукруга; а *меньшей отрѣзокъ* (minus segmentum) именуется тотъ, которой меньше полукруга.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XIII.

§. 43. *Секторъ круга*, или *пырѣзокъ изъ* Ф. 7. *круга* (sector circuli), есть такая его часть, ACD, которая между двумя полупоперешниками AC и CD и дугою AD содержится.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XIV.

§. 44. *Уголъ* (angulus) есть двухъ прямыхъ линѣй AB и AC, въ одной точкѣ A сходящихся, взаимное одной къ другой на- Ф. 8. клоненіе. Линѣи AB и AC называются *бедра*, или *бока* (crura); точка соединенія линѣи A именуется *перьхъ угла* (vertex anguli). Ежели оба бока, составляющіе уголъ, будутъ прямыя линѣи: то называется *прямолинѣйной уголъ* (angulus rectilineus); а когда будутъ состоять изъ кривыхъ линѣй: то *криполинѣйной уголъ* (angulus curvilineus); ежелижъ одна прямая, а другая кривая линѣя будетъ: то именуется *смѣщеннолинѣйной уголъ* (angulus mixtilineus).

ПРИМИЧАНІЕ 1.

§. 45. Когда двѣ только линѣи пересѣкаютъ себя въ точкѣ, тогда уголъ, которой онѣ составляютъ, означается одною литерою, у верьха угла написанною, на пр. А: но поелику иногда случается, что многіе углы имѣютъ общій верьхъ: то въ такомъ случаѣ надлежитъ означать уголъ тремя литерами, изъ которыхъ двѣ при концѣ каждаго бока, а одна при верьху угла полагается; при чемъ сію послѣднюю литеру между прочими двумя всегда въ срединѣ ставить должно, на пр. уголъ B C A, или D C B; или полагается также въ самомъ отверстіи одна только литера, на пр. уголъ m.

Ф. 9.

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 46. Величина угловъ не зависитъ отъ длины боковъ, но отъ наклоненія, которое дѣлаютъ линѣи, составляющія уголъ: почему равные углы называются тѣ, которыхъ наклоненія боковъ будутъ равны между собою, то есть, когда одинъ уголъ съ другимъ такъ сходствуетъ, что, ежели положа одного верьхъ на верьхъ другаго, бока того упадутъ на бока другаго, не смотря на неравенство боковъ; а ежели положа верьхи угловъ одинъ на другой, и

Ф. 9. одинъ бокъ на бокъ другаго, другой бокъ упадетъ внѣ перваго угла, какъ бокъ D C у-

упадаетъ внѣ угла ВСА: то уголъ DСА будетъ больше, нежели уголъ ВСА; ежелижъ другой бокъ ВС упадетъ внутрь угла DСА: то уголъ ВСА будетъ меньше угла DСА.

ПРИМѢЧАНІЕ 3.

§. 47. Происхожденіе угла можно вообразить слѣдующимъ образомъ: надлежитъ представить такъ, будтобы линѣя СВ сперва лежала на линѣѣ СА и оную покрывала, а потомъ около неподвижной точки С стала подыматься въ верьхъ, и напослѣдокъ, пришедши на мѣсто СВ, остановилась. Но какъ отъ такого движенія раждается дуга ЕF и GН (§. 36.), которой центръ находится въ С, и притомъ извѣстно, что отверстіе бываетъ или больше, или меньше, въ разсужденіи того, когда помянутая дуга также бываетъ меньше, или больше; того ради такая круга дуга и принята за мѣру угла, то есть: мѣра угла есть такая дуга, которая изъ верьху угла между боками его, по изволенію взятымъ полупоперешникомъ описывается; и сколькихъ градусовъ будетъ помянутая дуга, столько оныхъ будетъ имѣть и уголъ. Фиг. 13.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 48. Изъ чего выводится слѣдующій вопросъ: можетъ ли уголъ называться ко-

личествомъ? Многіе утверждали, что углы къ количествамъ принадлежать не могутъ. На какъ уголъ увеличиться и уменьшиться можетъ, по тому что отверстіе больше и меньше бываетъ (§. 47.); въ углахъ можемъ раздѣлять части, и изъ двухъ данныхъ узнать, которой изъ нихъ больше: то, безъ всякаго сомнѣнія, углы между количествами почитать должно, съ тою токмо отмѣною, что они особливой родъ количества составляютъ, и по тому отмѣннымъ образомъ оные мѣрять должно.

Опредѣленіе XV.

Фиг. 14. §. 49. Когда прямая линѣя CD стоитъ на другой прямой же линѣѣ AB такъ, что ни на которую сторону не наклоняется: то она съ обѣихъ сторонъ углы CDA и CDB дѣлаетъ равные, и каждой изъ равныхъ угловъ называется *прямой уголъ* (angulus rectus); а прямая линѣя CD, которая на другой стоитъ такимъ образомъ, называется *перпендикулярная* (perpendicularis), или *отвѣсная* (normalis) линѣя. На противъ того, когда прямая линѣя CD на другую AB упадая, будетъ клониться на одну сторону Фиг. 10. больше, нежели на другую: то въ такомъ случаѣ называется она *косая линѣя* (linea obliqua), на пр. DE.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XVI.

§. 50. *Острый уголъ* (angulus acutus) есть тотъ, которой меньше прямаго, на пр. EDB. На противъ того *тупой уголъ* (angulus obtusus) есть тотъ, которой больше прямаго, какъ ADE. Острые и тупые углы имѣютъ общее званіе, то есть, вообще называются *косые углы* (anguli obliqui). Фиг. 10.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XVII.

§. 51. Два, или многіе другіе такіе углы, какъ ADE и BDE, которые имѣютъ общій верьхъ D и общій бокъ DE, называются *смѣжные углы* (anguli contigui). Ф. 9.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XVIII.

§. 52. Углы CEB и DEB, которые происходятъ, когда изъ точки E на прямой линѣѣ AB проведется одна линѣя ED, называются *противолежащіе углы* (anguli deinceps positi). Фиг. 11.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XIX.

§. 53. *Углы на крестъ*, или, *углы первпикальные* (anguli verticales) AEC и BED, также AED и CEB, сутъ тѣ, когда одного угла оба бока AE и EC находятся въ прямомъ положеніи противъ боковъ другаго EB и ED. Фиг. 11.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XX.

§. 54. *Уголъ при окружности* (angulus ad peripheriam) есть BAD, котораго верьхъ A и бока BA и AD кончатся на окружности. Фиг. 12.

При-

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 55. УголЪ при окружности называется также *уголь въ отрѣзкѣ* (angulus in ſegmento); поелику оной между двумя хордами AB и AD содержится, и стоитЪ на дугѣ BD (§. 42.).

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXI.

§ 56. *УголЪ при центрѣ* (angulus ad centrum) есть BCD, котораго верьхЪ находится вЪ центрѣ круга C, а бока CB и CD кончатся на окружности.

Фиг. 12.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 57. Поелику уголЪ при центрѣ содержится между двумя полупоперешниками и стоитЪ на дугѣ DB; того ради мѣра такого угла будетЪ помянутая дуга (§. 47.).

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXII.

§. 58. *Параллельныя*, или *равноотстоящія линѣи* (lineae aequidiſtantes, ſiue parallellae) суть CF и AB, которыя, будучи на одной плоскости, вездѣ имѣютЪ одинакое между собою разстояніе, какЪ далеко ни будутЪ протянуты.

Фиг. 13.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 59. Параллельныя линѣи происходятЪ изЪ того, ежели прямая линѣя LQ будучи перпендикулярна кЪ прямой линѣѢ AB (§. 49.), чрезЪ AB будетЪ двигаться всегда перпендикулярно; ибо вЪ такомЪ случаѢ крайняя ея точка L опишетЪ параллельную линѣю CF.

Фиг. 13.

При-

ПРИБАВЛЕНIЕ 1.

§. 60. Слѣдовательно разстоянiе между параллельными линѣями должно разумѣть перпендикулярную линѣю къ параллельнымъ.

ПРИБАВЛЕНIЕ 2.

§. 61. Явствуетъ также и то, что параллельныя линѣи, какъ далеко ни будутъ продолжены, никогда между собою не сойдутся.

ОПРЕДѢЛЕНIЕ XXIII.

§. 62. *Сближивающiяся линѣи* (lineae coeuntes, ſiue convergentes) суть АВ и CD, которыя имѣютъ такое между собою взаимное наклоненное положенiе, что чѣмъ далѣе онѣ продолжаются, тѣмъ меньше другъ отъ друга отстоятъ. На противъ того съ другой стороны разсуждая о сближивающихся линѣяхъ, тѣ самыя будутъ *расходящiяся* (divaricantes, ſiue divergentes); поелику онѣ съ той другой стороны чѣмъ далѣе продолжаются, тѣмъ больше другъ отъ друга отстоятъ. *Касательноюжъ* (tangens) линѣею называется такая, которая на концѣ полупоперешника стоитъ перпендикулярно и нѣкоторою частiю прикасается къ кругу, на пр. EF. Фиг. 14. Фиг. 12.

ПРИБАВЛЕНIЕ.

§. 63. Изъ чего видно, что сближивающiяся линѣи когданибудь, токмо могутъ соединиться между собою, а расходящiяся никогда.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXIV.

§. 64. *Треугольникъ* (triangulum) вообще
Фиг. 15. есть фигура плоская прямолинѣйная, тремя боками окруженная. Или, треугольникъ есть поверьхность въ трехъ прямыхъ линѣяхъ содержащаяся, на пр. A B C.

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 65. Происхожденіе треугольника на данной плоскости всякъ себѣ легко вообразить можетъ. Ибо, ежели концы A и C двухъ прямыхъ линѣй A B и B C, уголъ A B C составляющихъ, соединены будутъ прямою линѣею A C, произойдетъ изъ того такая фигура, которая называется треугольникъ.

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 66. Поелику въ треугольникахъ находятся стороны и углы; того ради въ оныхъ ничего больше и не примѣчается, какъ углы и стороны; и по тому раздѣленіе треугольниковъ не отмѣнно отъ угловъ и боковъ зависитъ, и по нимъ одинъ отъ другаго различать должно.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXV.

§. 67. Такимъ образомъ, въ разсужденіи сторонъ, треугольникъ есть либо *равносторонный* B A C (triangulum aequilaterum, siue isopleurum), когда всѣ его стороны равны
Фиг. 16. между собою; либо *равнобедренной*, или *равнобочной* D E F (triangulum aequicrurum, siue isosceles,)

ſceles), когда въ немъ два только бока будутъ равные; либо *разносторонный*, или *неравносторонный* GHI (triangulum ſcalenum), когда въ немъ ни одного бока не будетъ равнаго другому, или, когда въ немъ всѣ три стороны будутъ между собою не равныя. Въ разсужденіижъ угловъ, треугольникъ бываетъ либо *прямоугольной* (triangulum rectangulum, ſiue orthogonium), когда между углами его находится одинъ прямой уголъ; либо *тупоугольной* (triangulum obtuſangulum, ſiue amblygonium), ежели между углами его будетъ одинъ уголъ тупой; либо *устроугольной* (triangulum acutangulum, ſiue oxygonium), когда въ немъ будутъ всѣ три угла острые. Въ прямоугольномъ треугольникѣ двѣ стороны CA и BA, прямой уголъ A составляющія, называются *катеты* (catheti), а сторона BC, которая противополагается прямому углу, именуется *ипотенуза* (hypothenuſa).

Фиг. 17. Фиг. 18. Фиг. 20. Фиг. 19. Фиг. 15, 16, 17, 18. Фиг. 20.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXVI.

§. 68. *Четвероугольная*, или *четверосторонняя фигура* (figura quadrilatera) вообще есть поверьхность, содержащаяся въ четырехъ сторонахъ. Когдажъ въ четвероугольной фигурѣ, или въ четвероугольникѣ, будутъ четыре стороны равны и параллельны между собою, и всѣ углы прямые, тогда

тогда такой четвероугольникЪ называется
Фиг. 21. *квадратЪ* (quadratum), на пр. A B C D; а когда четыре стороны хотя и равны и параллельны между собою, токмо углы, которые отЪ сторонЪ составляются, будутЪ косые, тогда такая фигура именуется
Фиг. 22. *РомбЪ* (rhombus), какЪ A B C D; естьлижЪ четвероугольная фигура будетЪ имѣть не всѣ стороны равныя, но токмо каждыя двѣ противоположенныя равныя и параллельныя и всѣ четыре угла прямые, тогда она называется *прямоугольникЪ*, или *продолговатый четвероугольникЪ* (rectangulum, siue oblongum), на пр. A B C D; а когда та-
Фиг. 23. кой продолговатой четвероугольникЪ будетЪ имѣть всѣ углы косые, тогда онЪ называется *Ромбоидъ* (rhomboides), на пр.
Фиг. 24. A B C D. Всѣ четвероугольныя фигуры, которыя имѣютЪ противоположенные бока параллельные, называются *параллелограммы* (parallelogramma); прочіежЪ четвероугольники, не имѣющіе вышепомянутыхЪ свойствЪ, именуются *неправильные четвероугольники*, или *Трапеціи* (Trapezia), какЪ A B C D. *Трапезоидомъ* же (Trapezoides) именуется такая четверобочная фигура, которая имѣетЪ два бока равные и два не равные.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXVII.

§. 69. На противЪ того тѣ фигуры, которыя имѣютЪ больше четырехЪ сторонЪ, по-

получаютЪ названіе по числу оныхЪ, вЪ которыхЪ онѢ заключаются. ТакимЪ образомЪ поверьхность содержащаяся вЪ пяти, вЪ шести, вЪ семи и больше сторонахЪ, называется *пятіугольникЪ* (pentagonum), *шестіугольникЪ* (ſtexagonum) *семіугольникЪ* (heptagonum) и проч. ВообщежЪ всѢ плоскія фигуры, имѢющія больше четырехЪ сторонЪ, называются *многоугольныя фигуры* (multilaterae figurae), или *многоугольники* (polygona).

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXVIII.

§. 70. ВсѢ фигуры, какЪ треугольники, такЪ и четвероугольники могутЪ быть либо *правильные* (figurae regulares), когда вЪ нихЪ всѢ стороны и всѢ углы будутЪ равны между собою, либо *неправильные* (figurae irregulares), когда вЪ нихЪ и стороны и углы будутЪ не равные. ТакимЪ образомЪ равносторонный треугольникЪ есть фигура правильная; ибо вЪ немЪ всѢ три стороны равны между собою (§. 67.) всѢ углы также равны (§. 8.); равнымЪ образомЪ и квадратЪ есть фигура правильная, по тому что вЪ немЪ всѢ стороны равны между собою (§. 68), а углы всѢ прямые, и слѢдовательно равны между собою (§. 49). ШестіугольникЪ есть также фигура правильная, и проч.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 71. Во всякомЪ четвероугольникѢ, или многоугольникѢ, отЪ угла A до угла
Фиг. D проведенная прямая линѢя AD, назы-
23. вается *діагональная линѣя* (linea diagonalis, siue transversa, item diameter.)

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXIX.

§. 72. Во всякой прямолинѢйной фигурѢ нижняя ея сторона называется *основаніемъ фигуры* (basis figurae).

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXX.

§. 73. *Высота фигуры* (altitudo figurae) есть разстояніе, между верьхомЪ и основаніемЪ ея умѢщающееся перпендикулярно; а *верьхъ* (vertex) фигуры есть верьхЪ угла, которой противополагается основанію.

ТРЕБОВАНІЕ I.

§. 74. ОтЪ всякой точки ко всякой другой провести прямую линѢю.

ТРЕБОВАНІЕ II.

§. 75. Всякую прямую линѢю продолжить сЪ обѢихЪ сторонЪ.

ТРЕБОВАНІЕ III.

§. 76. ИзЪ всякаго центра и всякимЪ раствореніемЪ описать кругЪ.

АКСІОМА I.

§. 77. Ежели прямыя линѢи и углы закрываютЪ взаимно другЪ друга: то они равны между собою; а ежели равны: то другЪ друга взаимно закрываютЪ.

Акcі-

АКСІОМА II.

§. 78. Между двумя точками одна только прямая линѣя проведена быть можетъ, и двѣ прямыя линѣи никакого пространства не заключаютъ.

АКСІОМА III.

§. 79. Одного круга полупоперешники всѣ между собою равны; а когда равны: то по сему *кругъ есть поперъхность съ находящеюся въ немъ такою точкою, отъ которой всѣ къ окружности проведенныя линѣи равны между собою, и каждая, на окружности находящаяся точка, отъ средней въ равномъ разстоянѣи находится.*

АКСІОМА IV.

§. 80. Всѣ изъ верьху какого угла, на пр. А между боками его AB и AC описываемыя дуги DE и BC имѣютъ одинакое содержанѣе къ своимъ окружностямъ, то есть, имѣютъ одинакое число градусовъ.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 81. Поелику величина угла А, по числу градусовъ такой дугй DE или BC опредѣляется (§. 47.); того ради, для измѣренія угла все равно, большимъ ли, или малымъ полупоперешникомъ опишется помянутая дуга.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 82. Слѣдовательно пятая часть большаго круга имѣетъ столько же градусовъ, сколько пятая часть и малаго; и такъ далѣе.

АКСІОМА V.

§. 83. Треугольники и фигуры, закрывающія взаимно другъ друга, равны между собою; а которыя равны, тѣ другъ друга закрываютъ.

АКСІОМА VI.

§. 84. Ежели двѣ линѣи, два угла, два треугольника, или двѣ фигуры одинакимъ образомъ производятся, или описываются, и то, чрезъ что онѣ производятся, или описываются, будетъ съ обѣихъ сторонъ подобное: то такія фигуры будутъ подобныя.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 85. Слѣдовательно какъ всѣ точки, такъ и всѣ прямыя линѣи между собою подобны; и кругъ производится, когда прямая линѣя около одной точки обернется (§. 36.): почему всѣ круги и ихъ окружности должны быть между собою подобны.

АКСІОМА VII.

§. 86. Когда два угла имѣютъ одинакую мѣру: то они равны между собою; а когда равны: то имѣютъ одинакую мѣру.

Аксі-

АКСІОМА VIII.

§. 87. На всякой прямой линѣѣ А В, изъ всякаго на ней же взятаго центра на пр. С, можно описать полкруга.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 88. Слѣдовательно углы, состоящіе въ полукружіи, всѣ вмѣстѣ, сколько ихъ ни будетъ, составляютъ 180 градусовъ; поелику цѣлой кругъ раздѣляется на 360 градусовъ (§. 38.)

АКСІОМА IX.

§. 89. Между двумя перпендикулярными линѣями, которыя опускаются изъ одной параллельной линѣи къ другой также параллельной, содержатся равныя части; поелику онѣ въ такомъ случаѣ производятъ или квадратъ, или продолговатой четвероугольникъ (§. 68.)

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 90. Прочія аксіомы тѣ же самыя въ Геометріи употребляются, о которыхъ въ Ариѳметикѣ упомянуто было (§. 29 и слѣд. Ариѳм.).

ГЛАВА ВТОРАЯ
О
Инструментахъ потребныхъ для черченія и межеванія, и о другихъ къ тому принадлежащихъ вещахъ.

ИНСТРУМЕНТЪ I.

§. 91. *Циркулъ* (circinus) есть такой инструментъ, которой состоитъ изъ двухъ ножекъ

жекѣ, которыя, посредствомѣ винта укрѣпленнаго вѣ головкѣ, по изволенію много, или мало, раздвигать можно.

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 92. Сей инструментѣ дѣлается изѣ твердой матеріи, а по большей части изѣ мѣди; однакожѣ снизу ножки онаго надлежитѣ дѣлать стальныя и притомѣ острыя, чтобѣ самые кончики сихѣ ножекѣ имѣли совершенную остроту. Но поелику каждое раствореніе циркула представляетѣ линѣю, о которой надлежитѣ думать такѣ, будтобы она между обоими его концами проведена была, а оба конца линѣи суть точки (§. 17.): то явствуетѣ, что оба конца циркульныхѣ ножекѣ по крайней возможности сдѣланы быть должны такѣ субтильны и остры, чтобѣ оные тѣмѣ ближе подходили кѣ настоящей точкѣ; по тому что она никакихѣ частей не имѣетѣ (§. 14.). Одна ножка у циркула обыкновенно дѣлается такѣ, что стальную часть вынять, и вмѣсто ея вставить другую, и щурупцомѣ укрѣпить можно, чтобѣ она не шаталась; такой циркулѣ обыкновенно называется *треножной* (circinus tripus); вмѣстожѣ вынятой стальной части вклады-

вается карандашѣ, тоненькія стальныя губки съ чернилами, или пунктирное колесцо, о которомъ ниже сего объявлено будетъ.

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 93. Но чтобъ узнать, исправно ли какой циркулъ сдѣланъ, или нѣтъ; то повѣряется сіе такимъ образомъ: надлежитъ взять оной циркулъ двумя пальцами за оба конца такъ, чтобъ головка висѣла внизъ, а потомъ оной сводить; и ежели во время сего своду чувствительно будетъ, что онъ имѣетъ ходъ свой гладкой и плавной, и притомъ ни гдѣ не останавливается: то такой циркулъ почитается за исправно сдѣланной; а ежели найдется сему противное: то оной не годится. Сверьхъ того примѣчать, когда циркулъ сведется, то обѣимъ ножкамъ должно стоять вплоть между собою. Равнымъ образомъ и то не безполезно знать, какъ употреблять циркулъ, то есть, надлежитъ брать его за головку двумя только пальцами, большимъ и указательнымъ, водить плавно и прижимать не крѣпко, чтобъ не проколоть глубоко бумаги, или самого его не вытупить и не загнуть, когда имъ будешь водить по чему нибудь твердому.

ИНСТРУМЕНТЪ II.

§. 94. *Рейсфедеръ*, или *чертежное перо*, есть такой инструментъ, которой состо-

итъ изъ одного черенка, и къ оному придѣланы внизу двѣ тоненькія стальныя губки, которыя щурупцомъ по изволенію слабже или туже, напустивши между оными не много чернилъ китайскихъ, а не обыкновенныхъ, по тому что отъ сихъ, по причинѣ находящагося въ нихъ купороса, помянутыя стальныя губки скоро ржавѣютъ и кропкими дѣлаются, сомкнуть и тѣмъ тоненькія, или толстыя линѣи проводить можно.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 95. Ежели кто намѣренъ имѣть чистыя и тоненькія линѣи: то вороновы перья, которыя, для ихъ твердости и жескости, весьма тонко очинить можно, къ сему не мало способствуютъ.

ИНСТРУМЕНТЪ III.

§. 96. *Зубчатое колесцо* есть такой инструментъ, которой состоитъ изъ укрѣпленнаго въ рукояткѣ не большаго съ зубчиками колесца, которымъ, напустивши чернилъ, можно водить по бумагѣ, отъ чего назначаются пункты; и такія пунктами изображенныя линѣи называются *пунктирныя линѣи*.

ИНСТРУМЕНТЪ IV.

§. 97. *Линѣйка*, или *правило* (euthygrammum, ſue regula,) есть такой инструментъ, которой

и-

имѣетъ гладкую поверьхность и обѣ стороны прямо и ровно простирающіяся.

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 98. Такая линѣйка дѣлается изъ твердаго дерева, или изъ слоновой кости, либо изъ стали, а не изъ серебра, или мѣди, по тому что сіи оба металла марають и чернять бумагу, какъ опытомъ дознано. То дерево, которое имѣетъ много жилъ, для сего не годится, по тому что оныя жилки скоро появляются на откосѣ, и во время проведенія линѣй перо зацѣпляется за оныя.

ПРИМѢЧАНІЕ. 2.

§. 99. Такую линѣйку, исправно ли она сдѣлана, можно повѣрить слѣдующимъ образомъ: проведи по оной линѣйкѣ на бумагѣ линѣю, которая пусть будетъ AB, потомъ обороти линѣку по широтѣ ея другою стороною такъ, чтобъ сторона CD, находящаяся внизу, была въ верьху, и примѣчай, имѣетъ ли линѣя AB съ стороною AB линѣйки, по которой она проведена была, совершенное сходство; ежели сіе есть, то оная сторона линѣйки почитается за исправно сдѣланную; а когда находится противное, то она не справедлива и не представляетъ никакой прямой линѣи. Равнымъ образомъ свидѣтельствуется и другая сторона линѣйки.

ИНСТРУМЕНТЪ V.

§. 100. *Простой отвѣсъ* (pendulum simplex) есть маленькой кусочикъ тяжелаго металла, на тоненькой ниточкѣ, или волоскѣ привѣшенной. На пр. ежели на одномъ концѣ шелковинки привязанъ будетъ маленькой свинцовой шарикъ, а другимъ концомъ шелковинка прицѣплена будетъ за крючекъ: то CP будетъ простой отвѣсъ.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 101. Когдажъ такой отвѣсъ понужденъ будетъ качаться, чтобъ по обѣимъ сторонамъ описывалъ не большія дуги: то движеніе его по дугамъ вмѣстѣ взятое, называется *размахъ*, или *качаніе* (oscillatio). О такихъ инструментахъ пространнѣе доказывается въ Механикѣ.

ИНСТРУМЕНТЪ VI.

§. 102. Ниже сего сказано будетъ, что прямая линѣя на́ полѣ означается чрезъ колья, и втыкать оные надлежитъ вертикально: то для показанія, не далеко ли отстоитъ колъ отъ вертикальнаго положенія, служитъ слѣдующій инструментъ: должно имѣть четвероугольную доску, прямою линѣею раздѣленную точно на двѣ равныя части, длиною въ футъ, или подолѣ, а толщиною такую, чтобъ на боку можно было сдѣлать ложбинку, въ которую бы колья свободно входить могли. Изъ

точки на плоскости должно описать дугу, и отЪ того мѣста, гдѣ линѣя пересѣкаетЪ дугу, раздѣлить оную какЪ вЪ ту, такЪ и вЪ другую сторону на градусы. СверьхЪ сего вЪ точкѣ на шпилькѣ надлежитЪ привѣсить отвѣсЪ. ТакимЪ образомЪ, когда такая доска сЪ двухЪ противныхЪ между собою сторонЪ кЪ воткнутому колу приложится ложбиною, по отвѣсу видно будетЪ, вЪ вертикальномЪ ли колЪ находится положенiи, или сколько отстоитЪ отЪ онаго.

ПРИМѢЧАНIЕ.

§. 103. Ежели кто вЪ постановленiи кольевЪ вЪ вертикальное положенiе желаетЪ наблюдать точность, тотЪ сей точности можетЪ удовлетворить слѣдующимЪ образомЪ: долженЪ имѣть четвероугольную, прямую пустую призьму, у которой сЪ двухЪ боковЪ вставлена слюда; конецЪ ея, которой втыкать должно, сколько возможно, долженЪ быть таковЪ, какiе будутЪ у кольевЪ, или нѣсколько поменьше. По бокамЪ внутренней поверьхности призьмы, которые противополагаются слюденымЪ, должны проведены быть вертикальныя линѣи, и внутри вЪ верьху на тонкой ниточкѣ привязана гирька. Ежели призьма надЪ тѣмЪ мѣстомЪ, гдѣ колЪ поставить

до-

должно, приведена будетъ въ такое положеніе, чтобъ отвѣсъ въ призьмѣ, или загораживалъ вертикальныя на бокахъ линѣи, или съ обѣими висѣлъ параллельно, тогда призьму колотить должно въ землю. Потомъ, ежели на мѣсто ея поставленъ будетъ простой колъ: то и онъ отъ вертикальнаго положенія весьма мало, а иногда и ничего разнствовать не будетъ.

ИНСТРУМЕНТЪ VII.

§. 104. *Наугольникъ* (norma, siue gnomon) есть такой инструментъ, которой составляютъ двѣ мѣдныя, или деревянныя линѣйки, соединенныя между собою подъ прямымъ угломъ.

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 105. Къ сему инструменту иногда привѣшивается съ одной стороны на ниточкѣ гирька, которая, будучи приведена въ одинакое положеніе съ перпендикулярною линѣею, показываетъ горизонтальное положеніе основанія. О семъ въ Гидравликѣ пространнѣе доказано будетъ.

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 106. Такой наугольникъ, исправно ли оной сдѣланъ, можно повѣрить слѣдующимъ образомъ: по изволенію взятымъ раствореніемъ циркула опиши полкруга A C B, и изъ обоихъ концовъ поперешника A B проведи къ какойнибудь точкѣ окружности пря-

прямыя линѣи АС и ВС; потомъ приложи верьхъ наугольника къ точкѣ С, и ежели бока его точно лягутъ по тѣмъ обѣимъ линѣямъ: то онъ исправенъ.

ИНСТРУМЕНТЪ VIII.

§. 107. *Параллелизмъ*, или *параллелъ* (parallelismus) есть такой инструментъ, которой состоитъ изъ двухъ деревянныхъ линѣекъ, которыя помощію бляшекъ раздвигаются, и вездѣ имѣютъ равное между собою разстояніе.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 108. Для проведенія параллельныхъ линѣй можно также употреблять такой *деревянной треугольникъ*, у котораго стороны прямо обрѣзаны, то есть: надлежитъ оной приставить къ линѣйкѣ, и приставя одною его стороною къ данной линѣѣ, передвигать внизъ или въ верьхъ по линѣйкѣ, которую должно держать крѣпко рукою. Такимъ образомъ получится линѣя EF параллельна линѣѣ. Сей инструментъ весьма надеженъ и употребляется по большей части въ тѣ поры, когда много параллельныхъ линѣй между собою близко проводить надлежитъ.

ИНСТРУМЕНТЪ IX.

§. 109. *Маштабъ*, или *размѣръ* (ſcala geometrica, ſive infrumentum partium) есть мѣдная дощечка, на которой Геометрическія мѣ-

ры,

ры, десятичное раздѣленіе имѣющія, представляются въ меньшихъ линѣяхъ.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 110. Маштабъ дѣлается двоякой: на одномъ изображаются сажени, футы и дюймы, какъ фигура показываетъ; а на другомъ представляются только сажени и футы, или футы и дюймы, какъ значитъ въ фигурѣ.

ИНСТРУМЕНТЪ X.

§. 111. *Землемѣрная цѣпь* (catena metatoria) есть такой инструментъ, которой состоитъ изъ мѣдныхъ, или желѣзныхъ звеньевъ посредственной толщины, то есть, изъ мягкаго проволочнаго желѣза, или изъ мѣдной толстой проволоки, изъ которыхъ каждое звено длиною въ одинъ футъ, или въ половину фута, или въ половину аршина; а вся цѣпь составляетъ не болѣе, какъ пять саженъ, которыя различены между собою приличными знаками, то есть, помянутыя звенья одно къ другому прикрѣпляются маленькими кольцами, чтобъ свободное движеніе имѣли, а для различія саженъ дѣлаются побольше кольца, или прикрѣпленныя бляшки.

ИНСТРУМЕНТЪ XI.

§. 112. *Квадрантъ* (quadrans) есть четверть круга, раздѣленная на 90 градусовъ и на малѣйшія тѣхъ части, имѣющая діоптры и гирьку, привѣшенную на ниточкѣ.

ИН-

ИНСТРУМЕНЪ XII.

§. 113. *Транспортиръ, или угломѣръ*, (transportatorium) есть не что иное, какъ сдѣланное изъ серебра, мѣди, или изъ рогу полукружіе, которое всегда раздѣляется на 180 равныхъ градусовъ, и имѣетъ поперешникъ съ означеннымъ ясно на немъ центрѣ C.

ПРИМѢЧАНІЕ

§. 114. Поелику все равно, какимъ полупоперешникомъ ни будетъ описана окружность (§. 81. 85.); того ради и транспортиръ всякой, большой, или малой, для измѣренія угловъ способенъ, только чтобъ исправно раздѣленъ былъ на равныя части. А что не принято дѣлать транспортиры на подобіе круга, то по тому, поелику никогда не случается вымѣривать такіе углы, которые бы больше 180 градусовъ были.

ИНСТРУМЕНТЪ XIII.

§. 115. *Астролявія* (astrolabium) есть инструментъ, состоящій изъ мѣднаго круга, котораго окружность раздѣлена на 360 градусовъ, и каждой градусъ, ежели величина окружности дозволяетъ, раздѣляется на четыре, а иногда на шесть равныхъ частей. По сему въ первомъ случаѣ каждая часть будетъ въ себѣ содержать 15 минутъ, а въ другомъ 10 минутъ. По концамъ неподвижнаго попере-

решника А В, на которойнибудь сторонѣ дѣлаются гнѣзда, или мѣста для діоптрѣ, которыя вставливать и снимать можно. На другомѣ поперешникѣ, около центра движущемся, для другой подобной пары діоптрѣ, дѣлаются подобныя мѣста. Вѣ центрѣжѣ астролябіи, для познанія странѣ свѣта, на подвижномѣ поперешникѣ придѣлывается компасѣ такимѣ образомѣ, чтобѣ и онѣ вмѣстѣ сѣ поперешникомѣ около центра обращаться и снятѣ быть могѣ. На третьемѣ поперешникѣ означается линѣя, которая бы чрезѣ точку D, коей на окружности 90 градусовѣ соотвѣтствуютѣ, чрезѣ центрѣ астролябіи и чрезѣ точку, гдѣ 360 градусовѣ означены, проходила. Сѣ такимѣ приборомѣ кругѣ кладется на треножную и раздвижную подставку, которая вѣ верьху имѣетѣ яблоко, чтобѣ плоскость астролябіи во всякое положеніе приводить можно было. Внизу подѣ яблокомѣ противѣ самаго центра Астролябіи привѣшивается на ниточкѣ отвѣсѣ, которой бы показывалѣ на земли точку, надѣ которою центрѣ астролябіи стоять долженѣ.

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 116. Чтобѣ каждой градусѣ круга на шесть частей, или болѣе дѣлить не нужно

было:

было: то къ концу поперешника, на которомъ движущіяся діоптры находятся, придѣлывается дуга, которая бы на окружности астролябіи занимала дугу 11 градусовъ, а сама бы раздѣлена была на 12 равныхъ частей. Сей способъ мѣрять и дѣлить углы называется *ноней* отъ изобрѣтателя, которому имя было Ноній. Помощію сей дуги, уголъ точно можно вымѣрять даже до 5 минутъ, безъ всякаго дѣленія градусовъ на части. Причину такой точности и употребленіе лучше можно показать на самомъ дѣлѣ, нежели изъяснить словами.

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 117. О діоптрахъ надлежитъ примѣчать слѣдующее: 1) чтобъ линѣя чрезъ волосокъ одной діоптры и узинькую скважину другой проведенная чрезъ самой центръ астролябіи проходила; 2) глазомъ смотрѣть должно сквозь діоптру, въ которой находится узинькая скважина; 3) въ одной діоптрѣ, въ которой находится вертикальной волосокъ, протягивается другой къ прежнему подъ прямымъ угломъ, то есть, горизонтальной; а въ другой діоптрѣ противъ самой точки, гдѣ волоски себя пересѣкаютъ, дѣлается иногда маленькой кружечикъ. Сіе не мало служить можетъ въ

точности измѣряемыхъ угловъ; для большей же вѣрности и способности, вмѣсто діоптръ, придѣлываются иногда зрительныя трубки.

ИНСТРУМЕНТЪ XIV.

§. 118. *Столикъ* (mensula) есть такой инструментъ, которой дѣлается изъ дерева, фигурою четвероугольной, а толщиною не болѣе, какъ въ полтара фута. Утверждается также на треножной и роздвижной подставкѣ, въ верьху имѣющей яблоко, чтобъ плоскость столика въ положеніе съ горизонтомъ параллельное и вертикальное приводить можно было. Изобрѣтеніе такого столика Іо. Преторію приписываетъ Дан. Швентеръ.

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 119. При такомъ столикѣ, чтобъ линѣи усмотрѣннымъ на полѣ соотвѣтствующія проводить на немъ можно было, должна быть линѣйка деревянная, или мѣдная съ діоптрами, которыя по концамъ оной линѣйки придѣлываются.

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 120. О другихъ же инструментахъ кто больше знать желаетъ, тотъ долженъ читать особливую книгу Николая Біона о Математическихъ инструментахъ, издан. на Французскомъ языкѣ въ Парижѣ 1709. году. Сія книга съ Французскаго

я-

языка на НѢмецкой переведена съ изрядными дополненіями сл. Доппельмаіеромъ, и издана въ НоримбергѢ 1713, 1717 и 1723 год.

ПРИМѢЧАНІЕ 3.

§. 121. Нужныяжъ для черченія вещи суть: самыя хорошія жидкія чернила и карандашъ, Китайскія чернила, называемыя *туша*, гораздо лучше употребляются, по тому что оныя не такъ разъѢдаютъ стальныя губки въ чертежномъ перѢ. Карандаши тѢ почитаются за лучшіе, какъ черные, такъ и красные, которые не ноздреваты, но плотны, для того, что ноздреватые скоро ломаются. Притомъ знать должно, что и тотъ карандашъ почитается за хорошей, которой не такъ скоро можно стереть съ бумаги, къ чему черные карандаши по большей части бываютъ способнѢйшими. Чтожъ касается до красокъ нужныхъ для иллюминованія плановъ, то требуются слѢдующія: 1) *Карминъ*, 2) *Гуммигутъ*, 3) *Ярь Веницейская*, 4) *Индигъ*, или *крутикъ* синяя краска, или вмѢсто того *лазоръ Берлинская*, 5) *Рисгринъ*, 6) лучшій *баканъ*, 7) для варенія яри Веницейской, *кремоpъ тартари*, 8) для скрѢпленія красокъ, *камедь*, а за нужду и сахаръ.

ПРИМѢЧАНІЕ 4.

§. 122. При иллюминованіи плановъ вообще наблюдать должно слѣдующее:

1) Чтобъ грунтъ въ планахъ, или что нибудь такое не покрывать густо краскою, но всегда, жидко разведши оную, надлежитъ иллюминовать. Естьлижъ нарочно требовано будетъ, чтобъ прикрыто было густо: то и въ такомъ случаѣ лучше повторять нѣсколько разъ иллюминованіе, нежели вдругъ покрывать густо.

2) Покрывая каждую фигуру краскою, не давать одному мѣсту высыхать, но стараться о томъ, чтобъ сколько можно, всѣ мѣстà въ оной вдругъ покрываемы были; ибо отъ перемѣшки можетъ сдѣлаться въ цвѣтахъ отмѣнность. Естьлижъ какое мѣсто на планѣ будетъ требовать покрытія краскою два раза: то покрывъ оное въ первой разъ, дать ему просохнуть, а потóмъ какъ ужè гораздо просохнетъ, покрывать въ другой разъ.

3) Означать на планѣ тѣнь не такъ, какъ малеры обыкновенно дѣлаютъ изъ той же краски, но сперва должно назначить оную тушею, а потóмъ покрыть какоюнибудь токмо приличною краскою, чрезъ что цвѣтъ той тѣни будетъ казаться темнѣйшій.

4) Межи разныхъ владѣній и дачь надлежитъ отличать разными красками, а особливо лѣсъ должно означать зеленою краскою; пашню и дороги земляною, а по нѣкоторымъ мѣстамъ зеленою; рѣки и воду вареною ярью, а берега ихъ лазорью, или индигомъ; луга зеленою, а болота, по разности видовъ, зеленою и синею краскою, смѣшенною съ жидкою разведенною тушею; строенія каменныя карминомъ, а деревянныя гуммигутомъ, смѣшеннымъ съ карминомъ, и весьма малою долею туши; горы, пригорки, буераки, и тому подобныя мѣста земляною; однимъ словомъ: всѣ мѣста съ надлежащими, по расположенію въ натурѣ земли, оттушевками иллюминуются. Впрочемъ кто о семъ, какія краски потребны для иллюминованія плановъ и назначиванія мѣстъ, и о прочемъ больше знать желаетъ, тотъ долженъ читать книжку, называемую *краткое Математическое изъясненіе землемѣрія межеваго*, издан. на Россійскомъ языкѣ 1757 года.

ГЛАВА ТРЕТІЯ
О
Свойствахъ линѣй, угловъ и треугольниковъ.

ЗАДАЧА I.
§. 123.

Провести прямую линѣю отъ данной точки А къ точкѣ В. Ф. I.

РѢШЕНІЕ

I. *На бумагѣ.* Прямая линѣя проводится по линѣйкѣ (§. 97.), которая кладется на данныя точки, или обыкновеннымъ перомъ, или карандашомъ, или рейсфедеромъ (§. 94.), или наконецъ вороньимъ перомъ.

II. *На деревѣ*, или *на камнѣ* прямая линѣя назначается помощію веревки, или снура, натертаго мѣломъ, которой отъ одной точки до другой крѣпко натянувъ, и взявъ по срединѣ, должно приподнять въ верьхъ, и потомъ опять опустить: то такой снурокъ ударившійся о дерево, или о камень, сдѣлаетъ слѣдъ, которой будетъ требуемая линѣя.

III. *На полѣ* проводить линѣю нѣсколько труднѣе. Положимъ, что отъ точки A къ точкѣ B должно провести прямую лиФиг. 26. нѣю. Для сего дѣйствія надлежитъ имѣть нѣсколько легкихъ прямыхъ, равныхъ и съ одного конца обостренныхъ, или обитыхъ желѣзомъ колышковъ, чтобъ способно было втыкать оные въ землю, подолѣ росту человѣческаго, когда на гладкомъ и не очень горбатомъ мѣстѣ должно проводить прямую линѣю; въ противномъ же случаѣ вышина нѣкоторыхъ кольевъ должна быть по состоянію мѣста. Вколотивъ въ точкахъ A и B по колу вертикально, помощію вышепоказанныхъ инстру-

струментовъ (§. 100, 102, 103), надлежитъ между ими въ точкахъ C, D, E, и проч. въ небольшомъ одинъ отъ другаго разстоянiи, на пр. въ 30, или въ 40 саженяхъ, втыкать другiе, такъ чтобъ изъ за каждаго кола не видно было другихъ, или когда чрезъ колъ А и В посмотришь, то бы ни одинъ изъ среднихъ кольевъ ни на которую сторону не выдавался. Такимъ образомъ по точкамъ A. C. D. E. B. поставленные колья будутъ означать прямую линѣю.

ПРИМѢЧАНIЕ 1.

§. 124. Ежели разстоянiе не велико, и поверьхность будетъ гладкая: то довольно въ крайнихъ только точкахъ воткнуть по колу, и веревку на́ туго протянуть отъ одной точки до другой, которая будетъ означать также прямую линѣю.

ПРИМѢЧАНIЕ 2.

§. 125. Предложенный выше сего способъ (§. 122.) хотя точный есть и дѣйствительный, но медлителенъ нѣсколько будетъ въ такомъ случаѣ, когда прямую линѣю должно протянуть на нѣсколько верстъ. Для сего съ немалымъ успѣхомъ употребляются *мишени*, а именно, на четвероугольной мѣдной, или деревянной дощечкѣ по концамъ придѣлываются подъ прямыми углами маленькiя дощечки, изъ которыхъ на одной въ срединѣ дѣлается

узинькая скважина, а на другой первой противолежащая пошире, и по самой срединѣ протягивается волосокъ. Помощію сего инструмента на нѣсколькихъ верстахъ можно назначать прямую линѣю слѣдующимъ образомъ: положимъ, что отъ точки А къ точкѣ В должно назначить прямую линѣю. Надъ точкою А поставь на ножкѣ мишени, а точку В означь вертикальнымъ коломъ, или другимъ какимъ знакомъ; потомъ мишени приведши въ такое положеніе, чтобъ знакъ въ точкѣ В поставленный, волосокъ въ мишени и глазъ были въ одной прямой линѣѣ, укрѣпи конецъ веревки, или шнура въ точкѣ А, и смотря самъ сквозь мишени на знакъ В С, прикажи другому крѣпко натянуть веревку, и итти прямо на знакъ В С, и веревку тащить за собою по земли. Когдажъ смотря сквозь діоптры примѣтишь, что идущій съ веревкою человѣкъ на которую нибудь сторону отдаляться началъ, то дай знакъ, въ которую сторону податься ему должно, чтобъ пойти на линѣю зрѣнія. Такимъ образомъ, когда человѣкъ, тянувъ за собою веревку, дойдетъ до показаннаго знака: то веревка означитъ прямую линѣю. Вмѣсто мишеней можно также употреблять и зрительныя трубки, о

ко-

которыхъ въ Оптикѣ пространнѣе упоминается.

ЗАДАЧА II.

§. 126. Вымѣрять прямую линѣю.

РѢШЕНІЕ

I. *На бумагѣ*: прямая линѣя на пр. ZX вымѣряется слѣдующимъ образомъ: поставь одну ножку циркула (§. 91.) на точку X, а другую раздвинь до точки Z; потомъ, смотря по длинѣ линѣи, одну ножку циркула поставь на линѣю FH, или EG, и смотри, гдѣ другая ножка циркула упадетъ. Положимъ, что одна ножка циркула поставлена на FH, а другая упала на томъ мѣстѣ, гдѣ пересѣкаютъ себя линѣи d3 и d4: то линѣя ZX будетъ значить 2°, 3′, 4″. Или, смѣрявъ данную линѣю циркуломъ, и не перемѣняя сего раствворенія, поставь одну его ножку въ началѣ сажени, на пр. въ 10, и смотри, сколько футовъ другая ножка отрѣжетъ, на пр. 5. Такимъ образомъ линѣя AB будетъ 1°, 5′. Фиг. 27.

II. *На полѣ*. Ежели поверьхность земли будетъ ровная и не очень горбата: то для измѣренія употребляется веревка, или землемѣрная цѣпь (§. 111.) следующимъ образомъ: на обоихъ концахъ измѣряемаго разстоянія воткни по колу, и ежели землемѣрная цѣпь не будетъ столько длинна, какъ все измѣряемое разстояніе: то меж-

ду тѣми двумя кольями воткни еще одинъ колъ, или болѣе, такъ какъ выше показано (§. 123. пунктъ 3.); потомъ переноси шнуръ, или цѣпь съ мѣста на мѣсто до тѣхъ поръ, пока не вымѣряно будетъ все назначенное разстоянiе. Такимъ образомъ записанное число, сколько разъ длина веревки, или цѣпи, раздѣленной на сажени, футы, переносились съ одного мѣста на другое, покажетъ, сколь велико разстоянiе. Ежелижъ поверьхность земли будетъ горбата: то данное разстоянiе вѣрнѣе вымѣрять можно, когда линѣя назначится вертикальными кольями, и веревку, или землемѣрную цѣпь по тѣмъ кольямъ протянешь такъ, чтобъ концы ея не только съ крайними, но и съ средними кольями дѣлали углы прямые; но поелику ни веревку, ни цѣпь не можно такъ натянуть, чтобъ вся она была въ горизонтальномъ положенiи: то, для отвращенiя сего недостатка, должно имѣть легонькiя развилинки, которыя между кольями ставятся, и по онымъ веревка, или цѣпь протягивается.

ПРИМѢЧАНIЕ 1.

§. 127. Поелику землемѣрная цѣпь имѣетъ ту неспособность, что оную носить съ собою трудно и тяжело, и притомъ

томъ она не хорошо растягивается; веревкажъ отъ мокроты короче, а въ сухую погоду длиннѣе становится; того ради, вмѣсто веревки, или цѣпи, употребляются шестики, длиною въ двѣ, или три сажени, которые всегда на землѣ прямо, и одинъ подлѣ другаго плотно класть надлежитъ; а когда однимъ такимъ шестикомъ чтонибудь вымѣривается, тогда и толщина онаго соединяется съ мѣрою, которую особливо считать должно; или сдѣлать его столько короче надлежащей мѣры, сколь онъ толстъ, и потомъ имъ вымѣрять. Всякой такой шестикъ по обоимъ концамъ надлежитъ обивать желѣзными кольцами, чтобъ онъ всегда въ надлежащей своей длинѣ оставался. Можетъ употребляема быть для измѣренія и пеньковая веревка, естьли она будетъ крученая, выварена въ горячемъ маслѣ, по высушеніи сквозь растопленной воскъ продернется, и сверьхъ того крѣпкимъ воскомъ вкругъ навощится. Ибо Швентеръ въ Прак. своей Геом. на стран. 382. увѣряетъ, что такимъ образомъ изготовленная веревка, хотя на цѣлой день будетъ положена въ воду, не убудетъ столько, чтобъ было чувствительно.

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 128. Естьлижъ большей нужды нѣтъ, чтобъ въ измѣреніи такъ строго поступать надлежало: то вымѣряется данное разстояніе на полѣ одними только шагами; ибо Геометрической шагъ имѣетъ всегда постоянную и опредѣленную длину, а именно: пять ренскихъ футовъ; обыкновенной же шагъ содержитъ въ себѣ $1\frac{1}{2}$ Франц. фут. а нѣкоторые въ обыкновенномъ шагѣ считаютъ 2, или 3 фут. Но чтобъ въ исчисленіи не ошибиться: то дѣлаются на то особливые инструменты, которые на себя вѣшаютъ такъ, что одинъ конецъ такого инструмента опускается внизъ и привязывается сверьхъ колѣна, отъ чего на инструментѣ придѣланная указка отъ одного раздѣленія переходитъ къ другому, какъ часто колѣно, во время шаганія, нагибается. Такіе инструменты называются *шритцелеръ*, или *шаговые числители*. Найдены также еще и такія машины, которыя къ колесамъ телѣги, или коляски привѣшиваются, и по онымъ всегда помощію нѣсколькихъ указокъ узнать можно, сколько разъ колесо въ какое время обернулось. Къ сему также принадлежитъ *мѣрительное колесо*, которое одинъ человѣкъ катить можетъ, и также, помощію

нѣ-

нѣкоторыхъ указокъ, усмотрѣть можно, сколько разъ оное колесо обернулось. Сей послѣднiй способъ особливо тогда бываетъ годенъ, когда должно вымѣрять какое нибудь большое разстоянiе. Впрочемъ всѣ задачи, случающiяся на полѣ, для лучшаго понятiя и упражненiя, можно рѣшить на гладкомъ и ровномъ столѣ большими иглами, нитками и транспортиромъ, о которомъ ужѐ объявлено (§. 113.).

ТЕОРЕМА I.

§. 129. Мѣра прямаго угла, на пр. ACD, есть четверть круга. Фиг. 18.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Когда прямая линѣя CD на другой AB поставлена перпендикулярно: то она ни на которую сторону не наклоняется, но съ обѣихъ сторонъ углы ACD и DCB дѣлаетъ равные и прямые (§. 49.); на линѣѣжъ AB, изъ взятаго на ней же центра C, можно описать полкруга (§. 87.); и по тому обоихъ угловъ ACD и DCB мѣрою будетъ полкруга (§. 47.). Но какъ они равны между собою; то каждаго изъ нихъ порознь мѣрою будетъ половинная часть полкруга, то есть, четверть круга. ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНIЕ 1.

§. 130. Когда четверть круга содержитъ въ себѣ 90. град. (§. 38.): то и прямаго угла мѣрою будутъ 90. град. (§. 47. 81.).

При-

ПРИБАВЛЕНIЕ 2.

§. 131. Слѣдовательно всѣ прямые углы равны между собою (§. 86.); и всякой уголъ, равной прямому, есть также самъ прямой.

ПРИБАВЛЕНIЕ 3.

§. 132. Чего ради острой уголъ меньше, а тупой больше, нежели 90 град. (§. 50.).

ТЕОРЕМА II.

Фиг. 29. §. 133. Смежные два угла ACD и DCB, или x и o, которые отъ линѣи DC, проведенной изъ взятой по изволенiю точки C на линѣѣ AB, происходятъ, оба вмѣстѣ равны двумъ прямымъ угламъ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Поелику на линѣѣ AB, изъ взятаго на ней же центра, на пр. C, можно описать полкруга (§. 87.); того ради обоихъ угловъ x и o мѣра будетъ полкруга AD † DB (§. 47.); а полкруга содержитъ въ себѣ 180 град. (§. 38.); слѣдовательно оба такiе углы равны двумъ прямымъ угламъ, то есть, 180° (§. 88.). ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНIЕ 1.

§. 134. Ежели изъ такихъ угловъ одинъ прямой: то будетъ и другой также прямой; а когда они оба равны между собою: то каждой изъ нихъ долженъ быть прямой. Напротивъ того ежели одинъ изъ нихъ острой: то другой будетъ тупой.

При-

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 135. Когда два такіе угла дѣлаютъ 180 град. то, ежели ихъ и больше будетъ, всѣ вмѣстѣ должны составлять то же число градусовъ, по тому что какъ два угла, такъ и больше могутъ умѣститься въ полукружіи.

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 136. И такъ, ежели изъ такихъ двухъ угловъ одинъ данъ, будетъ извѣстенъ и другой: ибо надлежитъ только данной уголъ вычесть изъ 180. град. то получится другой; на пр. положимъ, что уголъ DCB данъ въ 33 град. то уголъ ACD будетъ въ 147 град. Ежелижъ уголъ DCB положится въ 55 град. 27 мин. то уголъ ACD будетъ въ 124 град. 33 мин. Ежели бы на полѣ надлежало вымѣрять тупой уголъ ACD, а сего бы дѣйствительно учинить не можно было, либо за препятствіемъ нѣкоторыхъ обстоятельствъ находящихся на томъ мѣстѣ, либо, что иногда не рѣдко случается, для измѣренія помянутаго угла, вмѣсто астролябіи (§. 115.) когда ея нѣтъ, по нуждѣ употребляется квадрантъ (§. 112), которымъ, поелику онъ раздѣленъ только на 90 град. никакого тупаго угла вымѣрять не можно, потому что тупой уголъ имѣетъ больше, нежели 90 град. (§. 132.): то въ такомъ слу-

случаѣ должно только продолжить линѣю АС, и потомъ вымѣрять уголъ DCB; ибо, когда первой данной есть тупой, другой всегда будетъ острой (§. 134); и такъ можно будетъ оной вымѣрять однимъ только квадрантомъ, и найденное число градусовъ надлежитъ потомъ вычесть изъ 180 град. то получится подлинная величина искомаго тупаго угла ACD.

ТЕОРЕМА III.

Фиг. 11. §. 137. Когда линѣя AB пересѣчетъ другую CD въ точкѣ E: то происшедшіе изъ того вертикальные углы x и o, также y и e будутъ равны между собою.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Поелику $x + y = 180$ град. и $y + o = 180$ град. (§. 133.); того ради $x + y = y + o$ (§. 32. Ариѳ.). Но отъ равныхъ отнявъ по равному, какъ здѣсь по углу y, останется равное $x = o$ (§. 36. Ариѳ.). Равнымъ образомъ доказывается что $y = e$. ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 138. Чего ради на полѣ, или гдѣ бы ни случилось, вмѣсто угла x, ежели къ нему нельзя подойти, можно вымѣрять вертикальной его уголъ o, которой нашедши, будетъ извѣстенъ и помянутой уголъ x, по тому что равное вмѣсто равнаго принять можно (§. 31. Ариѳ.).

ТЕОРЕМА IV.

§. 139. Углы x, y, o, E и проч. около одной средней точки E находящіеся, всѣ вмѣстѣ равняются четыремъ прямымъ угламъ, или 360 град. Фиг. 11.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Поелику изъ точки E, какъ изъ центра, раствореніемъ EC, можно описать кругъ (§. 36), и въ точкѣ E находится общій верьхъ всѣхъ произшедшихъ угловъ (§. 44); того ради содержащіяся между каждыми двумя боками дуги, на пр. DB, BC, CA, AD, будутъ мѣрою тѣхъ угловъ (§. 47.). Но какъ всѣ сіи дуги, вмѣстѣ взятыя, производятъ окружность цѣлаго круга, или 360 град. (§. 38.), и цѣлой кругъ есть мѣра четырехъ прямыхъ угловъ (§. 129.); слѣдовательно и сумма всѣхъ такихъ угловъ будетъ равна четыремъ прямымъ угламъ (§. 86.) ч. н. д.

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 140. Хотя отъ проведенныхъ изъ точки C линѣй CA, CB, CD, CE, происходятъ три только угла, а именно ACB, BCD и DCE; однако должно понимать, что въ самой вещи происходятъ четыре угла. Ибо и пространство ECA, снаружи взятое, есть также уголъ, котораго мѣра есть дуга FHG. Такой уголъ хотя и не часто случается; однако должно знать, Фиг. 30.

по тому, что оной имѣетъ особливое названіе, а именно называется *уголъ горбатой* (angulus gibbus), и содержитъ въ себѣ больше 180°. Почему и вымѣрять его не льзя транспортиромъ; а пособить сему можно только такимъ образомъ: вымѣряй внутри взятой уголъ ECA, и найденные его градусы и минуты вычти изъ 360°: то останется величина помянутаго угла. На пр. уголъ ECA есть 108° и 11′: то сіе число вычетши изъ 360°, или изъ 359° и 60′, остатокъ 251° и 49′ будетъ величина горбатаго угла FHG.

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 141. Въ практической Геометріи по большей части вымѣряются такіе углы, которые находятся или на горизонтальной плоскости; того ради, когда уголъ должно вымѣрять на горизонтальной плоскости: то плоскость Астролябіи должно привести въ горизонтальное положеніе, и сверьхъ того наблюдать то, чтобъ центръ Астролябіи прямо стоялъ противъ точки, на земли вертикальнымъ коломъ означенной. И поелику отъ помянутыхъ наблюденій зависитъ точность въ сниманіи плановъ; того ради не безполезно будетъ сообщить здѣсь слѣдующія задачи.

За-

ЗАДАЧА III.

§. 142. Поставить столикъ, или Астролябiю такимъ образомъ, чтобъ центръ столика, или Астролябiи соотвѣтствовалъ точкѣ, назначенной на поверьхности земной. Фиг. 31.

РѢШЕНIЕ.

Положимъ, что означенная на поверьхности земной точка будетъ P: то надлежитъ сперва около точки P полупоперешникомъ, которой долженъ быть нѣсколько побольше, нежели полупоперешникъ столика, или Астролябiи, описать на поверьхности земной кругъ A B C (§. 158.), и ножки столика, или Астролябiи расположить по назначенной окружности: потомъ то одну, то другую ножку столика, или Астролябiи втыкая глубже въ землю, надлежитъ смотрѣть, чтобъ гирька привѣшенная на ниточкѣ падала въ самую средину точки, на земли означенной воткнутымъ коломъ; и естьли сiе примѣчено будетъ: то почитать, что центръ столика, или Астролябiи точно соотвѣтствуетъ оной точкѣ.

ЗАДАЧА IV.

§. 143. Привести въ горизонтальное положенiе плоскость столика, или Астролябiи.

РѢШЕНIЕ.

Для приведенiя столика, или Астролябiи въ горизонтальное положенiе, должно

имѣть стеклянной призьматической сосудъ, и поставя его сперва въ пристойномъ мѣстѣ на горизонтальную плоскость, налить въ него воды, и кругомъ съ внѣшнихъ сторонъ по бокамъ означить поверьхность ея; для способностижъ прибавляя воды можно дѣлать большее число подобныхъ, такъ бы сказать, вѣнцовъ; потомъ плоскость столика, или Астролябіи приведши, сколько можно примѣняясь, въ горизонтальное положеніе, надлежитъ поставить помянутой сосудъ съ водою на плоскость столика, или Астролябіи, и смотрѣть, сходствуетъ ли, или параллельна ли поверьхность воды съ которымъ нибудь вѣнцомъ; и когда вода съ которымъ нибудь вѣнцомъ будетъ параллельна: то плоскость столика, или Астролябіи будетъ дѣйствительно въ желаемомъ положеніи, или по крайней мѣрѣ на весьма малой уголъ отъ онаго отстоять будетъ. А ежели поверьхность воды ни съ которымъ вѣнцомъ не будетъ параллельна: то должно до тѣхъ поръ перемѣнять помаленьку положеніе плоскости, пока не будетъ приведено въ вышепомянутое положеніе.

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 144. Такой инструментъ, помощію котораго столикъ, или Астролябія приво-

дятся въ горизонтальное положенiе, называется *патерпасъ* (libella). А чтобъ способнѣе можно было означить на немъ вѣнцы: то надлежитъ вставить его въ деревянной кубъ, и поставя на горизонтальную плоскость въ пристойномъ мѣстѣ, означить нѣсколько оныхъ. Такимъ образомъ употребленiе его будетъ способнѣе.

ПРИМѢЧАНIЕ 2.

§. 145. Всѣ показанные способы, для приведенiя столика, или Астролябiи въ надлежащее положенiе, съ не малымъ успѣхомъ можно употреблять только въ тихую погоду и при умѣренномъ вѣтрѣ. Но ежели вѣтръ будетъ жестокой: то никоимъ образомъ не можно избѣжать погрѣшностей въ измѣренiи; и для того въ такомъ случаѣ лучше трудъ оставить до другаго времени, нежели полагаться на ненадежныя и сомнительныя измѣренiя.

ЗАДАЧА V.

§. 146. Вымѣрять уголъ.

РѢШЕНIЕ.

Когда мѣра угла, на пр. ACB, есть не что иное, какъ дуга DE, изъ центра C проведенная между боками его AC и CB (§. 47.): то все дѣло состоитъ только въ томъ, чтобъ опредѣлить число градусовъ, которые приличествуютъ дугѣ DE; что дѣлается слѣдующимъ образомъ: Фиг. 32.

I. *На бумагѣ*. Положи транспортиръ на измѣряемой уголъ такъ, чтобъ центръ его находился на самомъ угла верьху С, а одинъ бы его бокъ ВС вплоть подлѣ полупоперешника транспортира СЕ лежалъ; потомъ примѣчай, чрезъ какой градусъ другой бокъ угла проходитъ, что по означеннымъ на ономъ числамъ легко узнать можно; и такимъ образомъ, безъ всякой трудности, число градусовъ измѣряемому углу опредѣлится. Ибо по описанному транспортира положенїю видѣть можно, ежели оной положится на измѣряемой уголъ: то тоже самое разумѣть надлежитъ, будтобы изъ верьху онаго проведено полукружїе, и на 180 градусовъ раздѣлено было. Но какъ все равно, какимъ бы полупоперешникомъ ни была описана окружность (§. 81.): то также и всякой транспортиръ, большїй или малый, для измѣренїя угловъ способенъ, только бы исправно раздѣленъ былъ на градусы.

II. *На полѣ*. Бока измѣряемаго угла означивъ кольями перпендикулярно воткнутыми, и въ верьху онаго утвердивъ горизонтально столикъ (§. 143.), воткни на немъ шпильку такъ, чтобъ она соотвѣтствовала точкѣ назначенной на земли; потомъ, къ оной шпилкѣ приложивъ линѣйку съ дїоптрами, наводи оныя по бокамъ

угла,

угла, означеннымЪ кольями; а по линѣйкѣ на бумагѣ, которая должна быть на столикѣ, почерти карандашемЪ линѣи: такимЪ образомЪ означится уголЪ совсѣмЪ подобной измѣряемому, которой послѣ того надлежитЪ вымѣрять транспортиромЪ, и извѣстна будетЪ величина угла. Или, поставь Астролябїю такЪ, чтобЪ центрЪ ея соотвѣтствовалЪ точкѣ назначенной на земли, а плоскость ея была вЪ горизонтальномЪ положенїи (§. 142. 143.), и обращая кругЪ Астролябїи, наведи неподвижныя дїоптры на одинЪ бокЪ измѣряемаго угла, означенной кольями, а подвижныя на другой; число градусовЪ и минутЪ на окружности круга, считая отЪ дїоптры на одинЪ бокЪ наведенной до дїоптры на другой бокЪ также наведенной, покажетЪ величину угла.

ЕстьлижЪ одинЪ измѣряемаго угла бокЪ на пр. AC отЪ плоскости вЪ верьхЪ поднимается: то вЪ такомЪ случаѣ, для измѣренїя угла, употребляется крадрантЪ (§. 112.), при которомЪ находящїяся дїоптры наведши на точку высоты A, ниточка сЪ привѣшенною на концѣ гирькою, на дугѣ квадранта DF, отрѣжетЪ число градусовЪ для измѣряемаго угла. Справедливость сего явствуетЪ изЪ слѣдующаго: уголЪ GCF есть прямой; поелику чрезЪ опытЪ извѣстно, что гирька привѣшенная на ниточкѣ всегда Фиг. 33.

 о-

означаетъ перпендикулъ къ линѣѣ параллельной съ горизонтомъ, и уголъ DCE есть также прямой (§. 129.); того ради GCF = DCE (§. 131.). Притомъ, поелику линѣя DC столько отстоитъ отъ перпендикула CF, сколько линѣя CE отъ линѣи CG: то углы GCE и DCF будутъ равны между собою (§. 46.), и ACB = GCE (§. 137.); слѣдовательно дуга DF есть мѣра угла ACB (§. 31. Ариѳм.).

ПРИМѢЧАНІЕ I.

§. 147. Кто въ Практикѣ упражнялся, тому довольно извѣстно, сколь трудно сыскать такой инструментъ, въ которомъ бы раздѣленіе окружности никакой погрѣшности не было подвержено; и для того не безполезно будетъ всегда испытывать, вѣрно ли сдѣлано раздѣленіе. На сеи конецъ
Фиг. 31. надлежитъ выбрать три мѣста O, P, Q, чтобъ изъ каждаго два прочія видны были, и въ нихъ поставить знаки; потомъ помощію инструмента горизонтально поставленнаго вымѣрять углы O, P, Q; и ежели сумма ихъ будетъ 180°: то будетъ значить, что раздѣленіе окружности исправно сдѣлано. То же можно учинить, ежели вмѣсто треугольника употребленъ будетъ многоугольникъ, вымѣряя всѣ углы, на горизонтѣ находящіеся; и когда сумма всѣхъ ихъ будетъ 360°: то почитать, что раз-

раздѣленіе вѣрно сдѣлано. Ежелижъ ошибка въ цѣлой окружности не будетъ превышать нѣсколько минутъ, на пр. 5′, 6′, или 8′: то въ Практикѣ, при измѣреніи пашенъ, полей и въ сниманіи плановъ, такую погрѣшность, не поправляя измѣряемыхъ угловъ, можно оставить въ презрѣніи.

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 148. Поелику въ Геометріи главнѣйшее дѣло состоитъ въ познаніи треугольниковъ, которые суть началомъ всѣхъ прочихъ прямолинѣйныхъ фигуръ, заключающихся въ бóльшемъ числѣ линѣй, нежели въ трехъ; того ради и начáло полагается въ Геометріи отъ нихъ. А чтобъ потóмъ удобнѣе можно было производить употребленіе въ изслѣдованіи свойствъ всѣхъ прочихъ находящихся въ оной поверьхностей: то надлежитъ твердо знать слѣдующія предложенія, касающіяся до свойства треугольниковъ, по тому что оныя во всѣхъ прочихъ доказательствахъ имѣютъ великую пользу.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXI.

§. 149. *Сходственными фигурами* (congruae figurae) называются тѣ, изъ которыхъ одна, на другую будучи взаимно положена, вся всю закрываетъ.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 150. Такое сходство фигуръ требуетъ совершеннаго равенства оныхъ, какъ въ цѣломъ видѣ, такъ и по частямъ. Ибо, естьли о какихъ фигурахъ доказано, что онѣ сходствуютъ между собою, то онѣ должны быть равны между собою.

ТЕОРЕМА V.

Фиг. §. 151. Ежели два треугольника АВС и
34. аbс будутъ имѣть по два бока равные, и по одному углу равному, между тѣми боками заключающемуся, т. е, АС = ас, ВС = bс и С = с: то безъ сомнѣнія оба такіе треугольники и въ прочихъ частяхъ будутъ равны между собою; то есть, будетъ АВ = аb, А = а и В = b.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Для лучшаго изъясненія сей теоремы, надлежитъ представить въ умѣ, будтобы одинъ треугольникъ АВС на другой аbс положенъ былъ такимъ образомъ, что точка С на точку с, и линѣя СА на линѣю са упала: то, поелику СА = са по положенію, точка А придетъ на точку а (§. 149); а поелику С = с по положенію: то и линѣѣ СВ должно точно лежать на линѣѣ сb, и В точкѣ упасть на точку b, по тому что обѣ сіи линѣи СВ и сb по положенію равны между собою. Но поелику между двумя данными точками А и а, В и b, изъ которыхъ

рыхъ одна на другой лежитъ, не больше, какъ одна прямая линѣя AB, или ab, проведена быть можетъ (§. 78.): то необходимо надлежитъ быть линѣѣ AB = ab, по тому что линѣя AB будучи положена на ab, закроетъ оную; а линѣи закрывающія другъ друга равны между собою (§. 83. и 150.); слѣдовательно оба такіе треугольники во всѣхъ прочихъ своихъ частяхъ сходствуютъ между собою; то есть будетъ A = a, B = b. ч. н. д.

ТЕОРЕМА VI.

§. 152. Ежели два треугольника ABC и abc будутъ имѣть по одному боку равному и по два угла равныхъ, при одномъ и томъ же бокѣ находящихся, на пр. A = a, B = b и AB = ab: то безъ сомнѣнія оба такіе треугольники и въ прочихъ своихъ частяхъ будутъ равны между собою; то есть, будетъ AC = ac, BC = bc и C = c. Фиг. 35.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Положимъ, что сему статься не возможно, но будто линѣя AC, когда AB положится на ab, есть меньше линѣи ac, и простирается только до D, то проведемъ линѣю Db, и тогда уголъ abD долженъ быть равенъ углу ABC = abc. Но видно, что какъ только точка D хотя мало подвинется къ точкѣ a: то уголъ abD въ тожъ самое время будетъ меньше угла abc,

и того ради никоимъ образомъ не можно быть имъ равнымъ; чего ради, когда положимъ, что AC меньше ac, то слѣдуетъ изъ того невозможное дѣло; почему AC и не можетъ быть меньше ac. То же самое слѣдуетъ, когда положимъ, что AC больше, нежели ac: того ради надлежитъ, чтобъ бокъ AC былъ равенъ боку ac; а когда AC=ac, то должно и прочимъ частямъ въ обоихъ треугольникахъ быть равнымъ между собою; то есть, BC=bc и C=c. ч. н. д.

ТЕОРЕМА VII.

§. 153. Ежели два треугольника ABC и
Фиг. abc будутъ имѣть по три бока равные, на
30. пр. AB=ab, BC=bc и AC=ac: то безъ сомнѣнія оба такіе треугольники въ цѣломъ видѣ и въ прочихъ своихъ частяхъ будутъ равны между собою; то есть, будетъ A=a, B=b и C=c.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Должно также представить въ умѣ, будтобы линѣя AB положена была на линѣю ab, и поелику онѣ равны между собою, то одна другую совершенно закроетъ (§ 150.). Потомъ ежели изъ точекъ a и b, такъ какъ изъ центровъ, начертятся двѣ дугѝ DE и GF, то видно, что для взаимнаго равенства линѣй AC и ac, такожъ BC и bc, при положенiи сихъ треугольниковъ одного на другой, линѣя AC на нѣкоторую то-

точку дугѝ DE, а линѣя BC на нѣкоторуюж точку дугѝ FG упасть должна (§. 77.); и ежелибы точка C линѣи AC на D, а точка C линѣи BC на G упала, то бы слѣдовало по сему, что треугольникъ ABC въ точкѣ C не замыкается. Но поелику оной въ семъ мѣстѣ заключается, то должно точкамъ D и G упасть на одну точку C, которая обѣимъ дугамъ DE и FG есть общая, гдѣ обѣ линѣи AC и ac, также BC и bc прежнюю свою длину удерживаютъ, и вмѣстѣ въ C смыкаются; почему оба такіе треугольники, взаимно другъ на друга будучи положены, совершенно закрываютъ себя, и во всѣхъ своихъ прочихъ частяхъ равны между собою (§. 83.); то есть, A=a, B=b и C=c. ч. н. д.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 154. Хотя въ двухъ треугольникахъ, на пр. ABC и abc два бока съ однимъ противу ихъ лежащимъ угломъ и будутъ равны между собою, на пр. AC=ac, BC=bc, A=a; токмо по сему не можно заключить, чтобъ такіе оба треугольники и во всѣхъ своихъ прочихъ частяхъ были равны между собою. Поелику видно, что когда треугольникъ abc положится на треугольникъ ABC, углы A и a также линѣи AC и ac хотя взаимно себя и покроютъ, и линѣя Фиг. 37.

съ

съ съ линѣею CB равную длину имѣетъ, токмо линѣя съ на линѣю CB точно не упадетъ, но въ положенiи CD остаться, можетъ; почему въ семъ случаѣ треугольники взаимно себя не закрываютъ, и того ради не равны между собою.

ЗАДАЧА VI.

Фиг. 38. §. 155. По данному разстоянiю провести параллельную линѣю съ другою данною.

РѢШЕНIЕ.

1. Данное разстоянiе смѣрявъ циркулемъ, и не перемѣняя растворенiя онаго, поверьхъ данной линѣи AC означь дуги B и D.

2. Потомъ приложивъ линѣйку къ тѣмъ дугамъ, проведи линѣю BD, которая будетъ параллельна съ данною AC. (§79.).

ПРИМѢЧАНIЕ 1.

§. 156. Проводятся также параллельныя линѣи помощiю деревяннаго треугольника (§. 108.) и параллелизма (§. 107.).

ПРИМѢЧАНIЕ 2.

§. 157. Параллелизмы отъ частаго употребленiя портятся, которые съ одинакими бляшками: и потому Яковъ Леуполдъ искусный художникъ совѣтуетъ дѣлать оныя бляшки двойныя, и укрѣплять въ линѣйки гвоздиками, у которыхъ бы шляпки были конической фигуры, чтобъ не такъ скоро притереться могли.

За-

ЗАДАЧА VII.

§. 158. Означить на́ полѣ параллельныя линѣи.

РѢШЕНІЕ.

1) Данное разстояніе параллельныхъ линѣй изъ взятой по изволенію точки на данной линѣѣ означь прямою линѣею (§. 123.).

2) Потóмъ изъ другой точки на той же данной линѣѣ взятой, означь прямуюжъ линѣю равную первой, чрезъ крайнія точки которыхъ означенная линѣя будетъ параллельна съ данною (§. 58.).

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 159. Назначивается такожъ параллельная линѣя съ другою данною на́ полѣ слѣдующимъ образомъ: то есть при точкѣ на пр. D, чрезъ которую должно вести параллельную линѣю, сдѣлай уголъ EDB равной ABD (§. 169.), и получишь желаемое.

ЗАДАЧА VIII.

§. 160. На прямой линѣѣ ML изъ точки G возставить перпендикулярную линѣю GI. Фиг. 39.

РѢШЕНІЕ.

I. На бумагѣ, или на доскѣ:

1. Поставивъ ножку циркула въ точкѣ G, означь по обѣ стóроны оной по изволенію равныя части GK и GH.

2.

2. Изъ точекъ K и H взятымъ раствореніемъ циркула, которое было бы больше половины HK, начерти дуги, взаимно себя пересѣкающія въ точкѣ I.

3. Потомъ проведи прямую линѣю IG, которая будетъ перпендикулярна къ линѣѣ ML.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Поелику взятыя по изволенію циркула растворенія KI и HI, такожъ GK и GH равны между собою (§. 79.); то видно, что линѣя IG на данной линѣѣ ML стоитъ такъ, что ни на которую сторону не наклоняется, и по тому перпендикулярна къ ML (§. 39.) ч. н. д.

II. На полѣ.

1. Въ двухъ мѣстахъ K и H въ равномъ разстояніи отъ G воткни по колу, и къ онымъ привяжи веревку.

2. Натянувъ оную крѣпко, раздѣли на двѣ равныя части, и въ разсужденіи самой средины воткни колъ I, откуда проведенная прямая линѣя IG будетъ перпендикулярна.

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 161. Скорѣе и способнѣе означается перпендикулярная линѣя помощію наугольника (§. 104.), которой однимъ своимъ бокомъ прикладывается къ прямой линѣѣ ML такимъ образомъ, чтобъ верьхъ угла по-

точно лежалъ на данной точкѣ G; такимъ образомъ проведенная по другому боку онаго прямая линѣя GI будетъ перпендикулярна къ данной ML.

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 162. Изъ данной точки на прямой линѣѣ возставляется также перпендикулярная линѣя и по транспортиру: то есть, положи транспортиръ на данную линѣю такъ, чтобъ центръ онаго лежалъ на данной точкѣ, а діаметръ онаго по данной линѣѣ. Потомъ на окружности онаго сочти 90 градусовъ, и отъ точки, гдѣ тѣ градусы означаются, проведи прямую линѣю къ данной на линѣѣ точкѣ, которая также будетъ перпендикулярна.

ПРИМѢЧАНІЕ 3.

§. 163. Можно за нужду и изъ бумаги сдѣлать наугольникъ; то есть, надлежитъ только листъ бумаги согнуть плотно, чтобъ сгибъ на оной ясно вышелъ; потомъ такой согнутой листъ отъ правой рукѝ къ лѣвой должно еще согнуть такъ, чтобъ одинъ сгибъ на другомъ равно лежалъ; то такимъ образомъ сдѣлается точно прямой уголъ.

ЗАДАЧА IX.

§. 164. Раздѣлить прямую линѣю AB на двѣ равныя части. Фиг. 40.

РѢШЕНІЕ.

I. На бумагѢ, или на doскѢ:

1. ИзЪ точекЪ А и В взятымЪ раствореніемЪ циркула, которое было бы больше половины данной линѢи, вЪ верьху и вЪ низу надЪ данною линѢею начерти дуги, пересѢкающія себя взаимно вЪ точкахЪ М и Н.

2. ЧрезЪ сіи точки проведи прямую линѢю МН, которая раздѢлитЪ данную линѢю вЪ точкѢ С на двѢ равныя части.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

ЛинѢя МН перпендикулярна кЪ линѢѢ АВ, по тому что ни на которую сторону не наклоняется, притомЪ крайнія сей линѢи точки М и Н равно отстоятЪ отЪ крайнихЪ же точекЪ А и В (§. 79.); слѢдовательно и всѢ точки линѢи МН будутЪ отстоять равно отЪ А и В; и по тому С есть средина данной линѢи АВ. ч. н. д.

ДРУГОЕ ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

АМ=ВМ, АН=ВН (§. 79.), МН=МН (§. 30. Ариѳ.); слѢдовательно ΔНАМ=ΔНВМ, и по тому ∠ АМС=∠ ВМС (§. 153.). ПотомЪ Δ АМС=Δ ВМС; ибо АМ=ВМ, МС=МС (§. 79.), ∠ АМС=∠ ВМС; слѢдовательно АС=СВ (§. 151.) ч. н. д.

II. На полѢ:

РаздѢляется прямая линѢя слѢдующимЪ образомЪ: 1.

1. ОтЪ одного ея конца до другаго протяни веревку.

2. Оную веревку обоими концами вмѣстѣ сложи равно, и на сгибѣ сложенной такимЪ образомЪ веревки положи какой нибудь знакЪ, на пр. воткни булавку.

3. Протяни опять веревку по длинѣ данной линѣи, и означится на оной средина чрезЪ воткнутую булавку.

ЗАДАЧА X.

§. 165. Опустить перпендикулярную линѣю FC изЪ точки F на данную линѣю AB. Фиг. 41.

РѢШЕНIЕ.

1. ИзЪ точки F взятымЪ по изволенiю растворенiемЪ циркула опиши дугу DGE, которая бы прорѣзывала данную линѣю вЪ точкахЪ D и E.

2. Разстоянiе DE раздѣли на двѣ равныя части вЪ точкѣ C (§. 164.), и проведи линѣю FC, которая будетЪ искомая перпендикулярная линѣя.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Проведши двѣ линѣи DF и EF произойдутЪ два треугольника DFC и EFC, вЪ которыхЪ CD = CE (§. 164.), DF = EF (§. 79.), а FC = FC (§. 30. Ариѳ.); слѣдовательно оба такiе треугольники и во всѣхЪ своихЪ прочихЪ частяхЪ будутЪ равны между собою, и ∠ DCF = ∠ ECF (§. 153.):

 по-

почему FC на линѢѢ AB стоитЪ перпендикулярно (§. 49.). ч. н. д.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 166. На полѢ проводится такая линѢя слѢдующимЪ образомЪ: кЪ воткнутому вЪ точкѢ F колу привяжи веревку, и другимЪ ея концомЪ на данной линѢѢ AB сдѢлай знаки вЪ двухЪ мѢстахЪ E и D вЪ равномЪ отЪ F разстояніи; потомЪ DE раздѢли на двѢ равныя части вЪ точкѢ C (§. 164.); то проведенная линѢя изЪ точки F кЪ C будетЪ перпендикулярна.

ЗАДАЧА XI.

Фиг. 32. §. 167. Начертить уголЪ, когда дано будетЪ количество онаго.

РѢШЕНІЕ.

I. На бумагѢ, или на доскѢ.

1. Проведи прямую линѢю CB.

2. На крайнюю оной точку C положи центрЪ транспортира такимЪ образомЪ, чтобЪ діаметрЪ онаго точно лежалЪ по данной линѢѢ CB.

3. ОтЪ B начиная, сочти кЪ верьху на дугѢ транспортира столько градусовЪ, сколько дано, и при послѢднемЪ градусѢ означь точку D.

4. НаконецЪ проведи прямую линѢю CD, и произойдетЪ желаемой уголЪ DCB (§. 44. и 47.).

II. На полѣ:

1. Проведи также прямую линѣю (§. 123).

2. Въ крайней ея точкѣ утверди астролябїю (§. 142.).

3. Линѣйку съ дїоптрами обращающуюся подвинь до такого числа градусовъ, какое дано, и смотря въ дїоптры въ томъ же положенїи, какъ она означаетъ данное число градусовъ, означь кольями другую прямую линѣю; такимъ образомъ по данному числу градусовъ означится на полѣ желаемой уголъ.

ЗАДАЧА XII.

§. 168. Сдѣлать уголь EDG, которой бы равенъ былъ данному углу BAC. Фиг. 42.

РѢШЕНIЕ.

1. Изъ центра A взятымъ по изволенїю растворенїемъ циркула между боками даннаго угла начерти дугу BC.

2. Тѣмъ же растворенїемъ циркула на новопроведенной линѣѣ DE изъ центра D также начерти дугу EF.

3. Потомъ смѣряй циркуломъ длину хорды BC, и перенеси оную изъ E въ G, то, когда проведется линѣя DG, уголъ EDG будетъ равенъ данному углу BAC.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Поелику AC=AB, DG=DE (§. 79.), и линѣя EG=BC по конструкцїи; то Δ

CAB = △GDE, и слѣдовательно ∠A = ∠D. (§. 173.). ч. н. д.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 169. На полѣ дѣлается уголъ равной данному помощію астролябіи. Ежели жъ кто въ семъ случаѣ хочетъ поступить безъ астролябіи: то на бокахъ даннаго угла надлежитъ въ равномъ разстояніи отъ A воткнуть два кола B и C, и вымѣрять разстояніе между оными кольями, потомъ въ такомъ же разстояніи, какъ и AB, должно воткнуть два кола D и E, а третій колъ G воткнуть такъ, чтобъ было разстояніе DG = DE, а GE = BC, что весьма можно сдѣлать однимъ длиннымъ шнуромъ, когда на немъ длины DE и BC узлами будутъ замѣчены.

ЗАДАЧА XIII.

Фиг. 43. §. 170. Начертить треугольникъ изъ двухъ данныхъ линѣй AB и AC съ угломъ A, такъ чтобъ сей уголъ содержался между тѣми двумя данными линѣями.

РѢШЕНІЕ.

1. Смѣрявъ линѣю AB, перенеси оную на особливо проведенную линѣю.

2. Въ точкѣ A сдѣлай уголъ BAC равной данному (§. 168.).

3. Начертивъ другой его бокъ равной линѣѣ AC, между точками B и C проведи пря-

прямую линѣю; такимъ образомъ начертится требуемой треугольникъ АВС.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 171. Ежели кто желаетъ какъ въ сей, такъ и въ другихъ сему подобныхъ задачахъ имѣть болѣе упражненія, тотъ можетъ задавать уголъ въ градусахъ и минутахъ, а даннымъ линѣямъ полагать мѣру въ саженяхъ, футахъ и дюймахъ, и продолжать дѣйствіе по предписанному (§. 170.).

ЗАДАЧА XIV.

§. 172. Начертить равносторонный треугольникъ на данной линѣѣ АВ. Фиг. 44.

РѢШЕНІЕ.

1. Смѣрявъ циркуломъ длину данной линѣи АВ, тѣмъ же раствореніемъ циркула изъ точекъ А и В начерти дуги пересѣкающія себя взаимно въ точкѣ С.

2. Потомъ изъ А и В проведи прямыя линѣи АС и ВС; такимъ образомъ сдѣлается то, что требовано.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Поелику ВС=ВА и АС=ВА; то АС=ВС (§. 32. Ариѳ.): слѣдовательно всѣ три стороны равны между собою, и треугольникъ АСВ есть равносторонный (§. 67.) ч. н. д.

ЗАДАЧА XV.

Фиг. 45. §. 173. Начертить равнобедренный треугольникЪ изЪ данныхЪ двухЪ линѢй АВ и ВС.

РѢШЕНІЕ.

1. ЛинѢю АВ взявЪ за основаніе требубуемаго треугольника, изЪ крайнихЪ оной точекЪ А и В раствореніемЪ циркула, равнымЪ другой данной линѢѢ АС, начерти дуги, взаимно пересѢкающія себя вЪ точкѢ С.

2. ПотомЪ проведи прямыя линѢи АС и ВС, и произойдетЪ требуемой треугольникЪ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

ЛинѢи АС и СВ сдѢланы равныя (§. 79.) слѢдовательно треугольникЪ АСВ есть равнобедренный (§. 67.). ч. н. д.

ЗАДАЧА XVI.

Фиг. 46. §. 174. Начертить треугольникЪ изЪ данныхЪ двухЪ угловЪ, при одной и той же линѢѢ АВ находящихся.

РѢШЕНІЕ.

1. ВзявЪ данную линѢю АВ за основаніе, вЪ одной ея точкѢ А поставь одинЪ уголЪ изЪ данныхЪ, а вЪ другой точкѢ В другой уголЪ (§. 168).

2. ПотомЪ бока сихЪ угловЪ проведенные пересѢкшись взаимно вЪ точкѢ С, составятЪ требуемой треугольникЪ.

За-

ЗАДАЧА XVII.

§ 175. Начертить треугольникЪ DEF равной другому данному треугольнику ABC. Фиг. 47.

РѢШЕНІЕ.

СдѢлай или уголЪ E равной углу B (§. 168.), и два бока DE и EF равные двумЪ бокамЪ AB и BC, и произойдутЪ равные треугольники (§. 151.); или сдѢлай два угла равные двумЪ угламЪ и одинЪ бокЪ одного треугольника равной боку другаго, и произойдутЪ равные треугольники (§. 152.); или наконецЪ сдѢлай всѢ бока одного треугольника равные всѢмЪ бокамЪ другаго; то и вЪ такомЪ случаѢ произойдутЪ оба такіе треугольники во всѢхЪ своихЪ частяхЪ между собою равные (§. 153.).

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 176. Для рѢшенія предложенной задачи на бумагѢ и для другихЪ сей подобныхЪ задачь, способствуетЪ одинЪ токмо треножной циркулЪ (§. 91. и 92.). Ибо помощію онаго всякая плоская треугольная фигура взята и сЪ одного мѢста на другое по изволенію перенесена быть можетЪ.

ЗАДАЧА XVIII.

§. 177. РаздѢлить данной уголЪ BAC на двѢ равныя части. Фиг. 48.

РѢШЕНІЕ.

1. Изъ верьху даннаго угла А означь по изволенію одинакой величины линѣи AD и AE.

2. Потомъ изъ точекъ D и E по изволенію взятымъ раствореніемъ циркула начерти внутрь даннаго угла дуги, пересѣкающія взаимно другъ друга въ точкѣ K, и проведи прямыя линѣи DK и EK.

3. Наконецъ изъ верьху угла А къ точкѣ K проведи прямую линѣю AK, которая раздѣлитъ данной уголъ на двѣ равныя части; то есть, на два угла равной величины.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Поелику AD = AE, DK = EK (§. 79.) и линѣя AK есть общая обоимъ треугольникамъ ADK и AEK (§. 30. Ариѳ.); того ради оба такіе треугольники равны между собою (§. 153.), и слѣдовательно ∠BAK = ∠CAK. ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 178. Поелику части CAK и BAK можно по вышеписанному же образу еще дѣлить на столько равныхъ частей, на сколько потребно; то явствуетъ изъ сего, какимъ образомъ уголъ на 4. 8. 16. 32. и проч. равныхъ частей дѣлить можно.

ЗАДАЧА XIX.

§. 179. Перенести данной уголъ C съ одного мѣста на другое, назначенное на линѣѣ AG. Фиг. 49.

РѢШЕНІЕ.

Положимъ, что назначенное на линѣѣ AG мѣсто будетъ A, то

1. На бокахъ даннаго угла означь по изволенію линѣи CD и CE.

2. Соедини точки D и E линѣею DE.

3. Потомъ изъ данныхъ трехъ линѣй CD, CE и DE на линѣѣ AG сдѣлай треугольникъ AFG, въ которомъ было бы AF = CD, AG = CE, FG = DE (§. 175.); то будетъ ∠A = ∠C (§. 153.).

ТЕОРЕМА VIII.

§. 180. Во всякомъ треугольникѣ, на пр. ABC два которые нибудь бока, на пр. AC и BC, вмѣстѣ взятые, суть больше остальнаго третьяго, на пр. AB. Фиг. 47.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Когда прямая линѣя AB есть кратчайшее протяженіе между двумя точками (§. 18.); то всякая другая линѣя кромѣ прямой, соединяющая тѣ двѣ точки, будетъ имѣть большее протяженіе; и по тому $AC + BC > AB$. ч. н. д.

ЗАДАЧА XX.

§. 181. Начертить треугольникъ изъ данныхъ трехъ линѣй AB, BC и AC, изъ Фиг. 50.

которыхъ бы каждая была меньше, нежели двѣ другія, вмѣстѣ взятыя.

РѢШЕНІЕ.

1. Одну изъ данныхъ линѣй, на пр. линѣю AC возьми за основаніе, и изъ точки C раствореніемъ другой линѣи BC опиши дугу.

2. Изъ точкижъ A раствореніемъ третіей линѣи AB также опиши дугу, которая по причинѣ того, что BA † BC > CA (§. 180.), пересѣчетъ первую дугу въ точкѣ B.

3. Наконецъ проведи линѣи AB и BC: то и учинено будетъ, что требовано.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 182. Изъ чего явствуетъ, что ежели изъ данныхъ трехъ линѣй будутъ двѣ равны между собою, то произойдетъ треугольникъ равнобочной; слѣдовательно треугольникъ равнобочной изъ даннаго основанія и одного боку, которой долженъ быть болые половины основанія, начертить можно. А ежели всѣ три данныя линѣи будутъ равны между собою, то произойдетъ изъ оныхъ треугольникъ равносторонный; и такъ изъ одной данной линѣи можно начертить равносторонный треугольникъ.

ЗАДАЧА XXI.

§. 183. Перенести на бумагу уголъ ВАС, означенный на полѣ. Фиг. 51.

РѢШЕНІЕ.

1. Отъ кола А по равному числу саженъ, или аршинъ, отмѣрявъ на обоихъ бокахъ означеннаго угла, воткни по колу D и E.

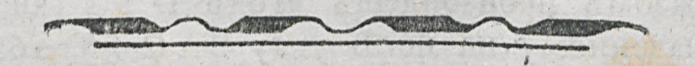
2. Разстояніе DE, находящееся между кольями D и E такою мѣрою вымѣрявъ, запиши.

3. Потомъ на бумагѣ проведи прямую линѣю FI и на оной по изволенію взятому машпабу отъ точки F до H означь циркулемъ линѣю FH = AD.

4. Не перемѣняя растворенія циркула, изъ той же точки F начерти дугу, и по томужъ машпабу взявъ мѣру, сколько имѣетъ линѣя ED, означь оную отъ H до G и проведи прямую линѣю FD; такимъ образомъ произойдетъ уголъ DFI равной означенному на полѣ углу ВАС (§. 168.), котораго потомъ и количество въ градусахъ будетъ извѣстно (§. 146.).

Или

ОтЪ A до D и отЪ A до E отмЂряй по 30 футовЪ Французской мЂры; ибо по такой мЂрЂ и нижеслЂдующая таблица для измЂренія угловЪ сочинена; потомЪ вЪ D и E воткнувЪ по колу, вымЂряй линЂю ED (§. 126.), которая будетЪ хорда измЂряемаго угла BAC; и положимЪ, что мЂра оной найдена 36 футовЪ, или 6 французскихЪ саженЪ, которое число футовЪ должно пріискивать вЪ таблицЂ противЪ столбца основаній или хордЪ, и смотрЂть, сколько вЪ другомЪ столбцЂ угловЪ означается градусовЪ и минутЪ подлЂ 36 футовЪ и 0 дюймовЪ; означаетсяжЪ 73 градуса и 44 минуты; слЂдовательно уголЪ BAC, которой имЂетЪ основаніе, или хорду вЪ 36 футовЪ, мЂрою будетЪ имЂть 73 градуса и 44 минуты, какЪ то показываетЪ слЂдующая таблица:



Хор-

хорды угловъ.	градусы и минуты угловъ, изъ которыхъ каждаго сторона по 30.		хорды.	градусы и минуты. угловъ		хорды.	градусы и минуты. угловъ		хорды.	градусы и минуты. угловъ	
0	0°	0′	3	5°	44′	6	11°	29′	9	17°	15′
2	0	19	2	6	3	2	11	48	2	17	34
4	0	38	4	6	22	4	12	8	4	17	54
6	0	57	6	6	41	6	12	27	6	18	13
8	1	8	8	7	0	8	12	46	8	18	32
10	1	36	10	7	20	10	13	5	10	18	52
1	1	55	4	7	39	7	13	24	10	19	11
2	2	14	2	7	58	2	13	43	2	19	30
4	2	33	4	8	17	4	14	2	4	19	50
6	2	52	6	8	36	6	14	22	6	20	19
8	3	11	8	8	55	8	14	41	8	20	29
10	3	30	10	9	14	10	15	0	10	20	48
2	3	49	5	9	34	8	15	20	11	21	8
2	4	8	2	9	53	2	15	39	2	21	27
4	4	28	4	10	12	4	15	58	4	21	46
6	4	47	6	10	31	6	16	18	6	22	6
8	5	6	8	10	50	8	16	37	8	22	25
10	5	25	10	11	9	10	16	56	10	22	45
12	23	6	16	30	56	20	38	56	24	47	9
2	23	24	2	31	16	2	39	17	2	47	30
4	23	44	4	31	36	4	39	38	4	47	51
6	24	3	6	31	56	6	39	58	6	48	12
8	24	23	8	32	16	8	40	18	8	48	33
10	24	42	10	32	35	10	40	38	10	48	54
13	25	1	17	32	55	21	40	59	25	49	15
2	25	21	2	33	15	2	41	19	2	49	36
4	25	41	4	33	35	4	41	40	4	49	57
6	26	1	6	33	55	6	42	0	6	50	18
8	26	20	8	34	15	8	42	20	8	50	39
10	26	40	10	34	35	10	42	40	10	51	0

хорды.	градусы и минуты. угловЪ		хорды.	градусы и минуты. угловЪ		хорды.	градусы и минуты. угловЪ		хорды.	градусы и минуты. угловЪ	
14	26°	53′	18	34°	55′	22	43°	1′	26	51°	21′
2	27	18	2	35	15	2	43	22	2	51	42
4	27	38	4	35	35	4	43	42	4	52	3
6	27	38	6	35	55	6	44	3	6	52	24
8	28	18	8	36	15	8	44	24	8	52	46
10	28	38	10	36	35	10	44	46	10	53	8
15	28	57	19	36	55	23	45	5	27	53	29
2	29	17	2	37	15	2	45	26	2	53	51
4	29	37	4	37	36	4	45	46	4	54	12
6	29	56	6	37	56	6	46	7	6	54	34
8	30	16	8	38	16	8	46	28	8	54	55
10	30	34	10	38	36	10	46	48	10	55	16
28	55	38	32	64	28	36	73	44	40	83	37
2	56	0	2	64	50	2	74	8	2	84	3
4	56	22	4	65	13	4	74	32	4	84	29
6	56	43	6	65	36	6	74	56	6	84	54
8	57	5	8	65	58	8	75	20	8	85	20
10	57	26	10	66	21	10	75	44	10	85	46
29	57	48	33	66	44	37	76	9	41	86	13
2	58	10	2	67	7	2	76	33	2	86	39
4	58	32	4	67	30	4	76	57	4	87	5
6	58	54	6	67	53	6	77	22	6	87	32
8	59	16	8	68	16	8	77	46	8	87	58
10	59	38	10	68	39	10	78	9	10	88	25
30	60	0	34	69	2	38	78	35	42	88	51
2	60	22	2	69	25	2	79	0	2	89	18
4	60	44	4	69	48	4	79	25	4	89	45
6	61	6	6	70	12	6	79	50	6	90	12
8	61	28	8	70	35	8	80	15	8	90	39
10	61	30	10	70	59	10	80	40	10	91	6

хорды.	градусы и минуты угловъ.		хорды.	градусы и минуты угловъ.		хорды.	градусы и минуты угловъ.		хорды.	градусы и минуты угловъ.	
31	62°	13′	35	71°	22′	39	81°	5′	43	91°	33′
2	62	35	2	71	46	2	81	30	2	92	1
4	62	58	4	72	10	4	81	55	4	92	29
6	63	20	6	72	33	6	82	20	6	92	56
8	63	43	8	72	56	8	82	46	8	93	24
10	64	5	10	73	20	10	83	12	10	93	52
44	94	20	48	106	16	52	120	9	56	137	57
2	94	48	2	106	48	2	120	47	2	138	49
4	95	16	4	107	20	4	121	26	4	139	44
6	95	20	6	107	52	6	122	6	6	140	40
8	96	13	8	108	25	8	122	45	8	141	38
10	96	42	10	108	57	10	123	25	10	142	36
45	97	11	49	109	30	53	124	6	57	143	36
2	97	40	2	110	4	2	124	47	2	144	39
4	98	9	4	110	37	4	125	28	4	145	43
6	98	38	6	111	11	6	126	10	6	146	48
8	99	8	8	111	44	8	126	52	8	147	57
10	99	37	10	112	18	10	127	35	10	149	8
46	100	6	50	112	53	54	128	19	58	150	20
2	100	6	2	113	28	2	129	3	2	151	36
4	101	6	4	114	3	4	129	48	4	152	55
6	101	36	6	114	38	6	130	33	6	154	19
8	102	7	8	115	14	8	131	19	8	155	48
10	102	37	10	115	49	10	132	6	10	157	22
47	103	8	51	116	26	55	132	53	59	159	3
2	103	39	2	117	2	2	133	44	2	160	53
4	104	10	4	117	39	4	134	30	4	162	54
6	104	41	6	118	16	6	135	20	6	165	12
8	105	12	8	118	53	8	136	11	8	167	48
10	105	44	10	119	31	10	137	3	10	171	28
									60	180	0

Итакъ, когда пожелаешь данной величины уголъ назначить на землѣ, или начертить на бумагѣ; то сперва для сего сдѣлай маштабъ, или размѣръ, то есть, Французской футъ раздѣли на 60 равныхъ частей, а шестидесятую часть на 12 частей, изъ которыхъ шестидесятая часть будетъ представлять *футъ*, а двенатцатая часть *дюймъ*; потомъ даннаго угла количество на пр. 54 градуса и 34 минуты прiискавъ въ таблицѣ, смотри, подлѣ какого числа футовъ и дюймовъ въ столбцѣ хордъ оно стоитъ; и найдешь, что то число состоитъ подлѣ 27 футовъ и 6 дюймовъ. Наконецъ изъ трехъ линѣй, изъ которыхъ двѣ по 30 футовъ, а третья въ 27 футовъ и 6 дюймовъ, означь на землѣ треугольникъ (§. 170.), и получишь желаемой уголъ, лежащiй противъ 27 футовъ и 6 дюймовъ. Когдажъ пожелаешь начертить на бумагѣ помянутой данной величины уголъ, то, по сысканiи въ таблицѣ даннаго угла хорды въ 27 футовъ и 6 дюймовъ, возьми по показанному маштабу линѣю въ 30 футовъ за основанiе, на концѣ оной тѣмъ же растворенiемъ циркула опиши дугу, и изъ точки, означенной на основанiи, пересѣки ту дугу растворенiемъ, взятымъ по томужъ маштабу и равнымъ 27 футамъ и 6 дюймамъ, и произойдетъ желаемый уголъ,

ле-

лежащій противъ хорды въ 27 футовъ и 6 дюймовъ. Сей способъ съ великою пользою употребляется въ Фортификаціи для назначиванія пра́вильныхъ и непра́вильныхъ крѣпостей какъ на землѣ, такъ и для черченія на бумагѣ.

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 184. Удобнѣе рѣшится сія задача, естьли при такомъ дѣйствіи будетъ употреблена Астролябія, помощію которой тотчасъ можетъ вымѣрянъ быть уголъ означенной на полѣ; ибо неподвижныя оной діоптры, или мишени, наведши на одинъ бокъ того угла, а подвижныя на другой, тотчасъ означатъ градусы и минуты на дугѣ, которые записавъ, можно будетъ потомъ и на бумагѣ начертить такой же величины уголъ.

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 185. О такихъ случающихся на полѣ дѣйствіяхъ вообще примѣчать должно, что оныхъ всѣхъ здѣсь кратко описать не можно; но имѣя довольное знаніе въ теоріи, и притомъ видѣвъ надлежащее показаніе знающаго геодезиста, все сіе легко перенять можетъ всякъ, кто охоту и вниманіе свое въ томъ употребить пожелаетъ.

ТЕОРЕМА IX.

§. 186. Въ равнобедренномъ треугольникѣ A B C углы при основаніи A и B равны между собою. Фиг. 52.

Доказательство.

Когда изъ верьху С сего треугольника, такъ какъ изъ центра, растворенiемъ циркула равнымъ боку СА или СВ опишешь дугу АЕВ въ разсужденiи основанiя, и оную въ точкѣ Е раздѣливъ на двѣ равныя части, проведешь изъ верьхужъ треугольника прямую линѣю CDE; то изъ того произойдутъ два треугольника ACD и BCD, въ которыхъ АС=СВ (§. 67.), x=y (§. 86.) и DC=DC (§. 30. Ариѳ.); слѣдовательно будетъ и AD=BD, А=В (§. 151.) ч. н. д.

Другое доказательство.

Фиг. 53. Естьли бокà СА и СВ помянутаго треугольника продолжишь до D и Е по изволенiю такъ, чтобъ было CD=CE, и проведешь линѣи АЕ и BD; то произойдутъ изъ того два треугольника ЕАС и DBC, въ которыхъ, когда С=С (§. 30 Ариѳ.), ВС=АС (§. 67.) DC=EC по положенiю, будетъ ∠ EAC=∠ DBC, AE=BD и D=E (§. 151.) Но поелику также треугольники BAD и ABE равны между собою, по тому что въ оныхъ АВ=АВ (§. 30 Ариѳ.) AE=BD и D=E по доказанному; то будетъ ∠ ABD=∠EAB (§. 151.): почему ∠DBC—∠ABD=∠ EAC—∠EAB, то есть ∠ABC=BAC (§. 36 Ариѳ.) ч. н. д.

При-

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 187. Поелику цѣлые треугольники суть равны между собою и углы смежные при D равные и прямые (§. 1:4), такожъ бока AB и DB сходствуютъ между собою: то линѣя CDE есть перпендикулярна, которая будучи проведена изъ центра и хорду ADB раздѣляя на двѣ равныя части, раздѣляетъ и дугу, той хордѣ противоположенную, AEB на равныяжъ части. И обратно линѣя, раздѣляющая хорду на двѣ части при прямыхъ углахъ, проходитъ чрезъ центръ.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 188. Поелику равносторонный треугольникъ, какимъ образомъ ни будетъ поставленъ, всегда есть равнобедренный: то видно, что въ треугольникѣ равносторонномъ всѣ углы равны между собою.

ТЕОРЕМА X.

§. 189. Когда двѣ параллельныя линѣи AB и CD будутъ пересѣчены третіею прямою поперечною линѣею EF; то происшедшій изъ того внѣшній уголъ O равняется внутреннему противоположенному углу X, при одной и той же сторонѣ находящемуся. Фиг. 54.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Надлежитъ представить, что, когда линѣя AB съ равнымъ движеніемъ упадаетъ

на другую CD, а линѣя EF между тѣмъ пребываетъ не подвижна; то уголъ O упадетъ на уголъ X и съ нимъ будетъ сходствовать; слѣдовательно внѣшнiй O равенъ внутреннему противоположенному (§. 77.) То же можно доказать и объ углахъ r и y. ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНIЕ.

§. 190 Изъ чего явствуетъ, что внѣшнiй уголъ O есть также равенъ внѣшнему противоположенному W; поелику W = X (§. 137); то будетъ O = W (§. 31. Ариө.).

ТЕОРЕМА XI.

§. 191. Когда двѣ параллельныя линѣи AB и CD будутъ пересѣчены третiею прямою поперечною линѣею EF; то происшедшiе изъ того углы Алтерни (anguli alterni) U и X, то есть, изъ которыхъ одинъ въ низу съ одной стороны подлѣ поперечной линѣи, а другой въ верьху съ другой стороны, и обратно находятся, суть равны между собою.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Поелику o = u (§. 77.) и o = x (§. 189.) то будетъ и u = x (§. 32. Ариө.). Также r = s (§. 77.), и r = y (§. 189.); то s = y (§. 32. Ариө.) ч. н. д.

ТЕОРЕМА XII.

§. 192. Внутрь параллельныхъ линѣй AB и CD, пересѣченныхъ прямою попереч-

ною

ною линѣею EF, углы s и x, также u и y, при одномъ и томъ же бокѣ находящіеся, равняются двумъ прямымъ угламъ, то есть, 180 градусамъ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Поелику $o + r = 180^\circ$ (§. 133.) и $r = s$ (§. 77.) и $o = x$ (§. 189.); то $s + x = 180^\circ$ (§. 31. Ариѳ). Также $o + r = 180^\circ$ (§. 133.); но $o = u$ (§. 77.), и $r = y$ (§. 189.); то $u + y = 180^\circ$ (§. 31. Ариѳ.) ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 193. Когдажъ прямая линѣя на двѣ другія упадая и оныя пересѣкая, производитъ, или уголъ внѣшній внутреннему противоположенному, или внѣшній внѣшнемужъ противоположенному равной, или углы алтерни равные, или два внутренніе, при одномъ бокѣ лежащіе, равные двумъ прямымъ угламъ: то такія двѣ линѣи пересѣченныя третіею поперечною линѣею, суть параллельны между собою. Ибо изъ предложенныхъ доказательствъ явствуетъ, что такія внѣшнихъ и внутреннихъ угловъ свойства тогда только справедливы, когда линѣи суть параллельныя.

ТЕОРЕМА XIII.

§. 194. Пареллельныя линѣи, состоящія между параллельнымижъ линѣями, суть равны между собою. Фиг. 55.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Ибо проведши линѣю MP между параллельными линѣями MN и OP, произойдутъ два треугольника MOP и MNP, въ которыхъ когда o=s и y=x (§. 191.) и притомъ MP=MP (§. 30. Ариѳ.); то будетъ MN=OP и MO=NP (§ 152.) ч. н. д.

ЗАДАЧА XII.

Фиг. 56. §. 195. Начертить параллельную линѣю съ данною линѣею, подъ какимъ нибудь угломъ къ прямой линѣѣ наклоненною.

РѢШЕНІЕ.

Съ линѣею AB, подъ угломъ X наклоненною къ другой BD, начертится параллельная линѣя CD, когда уголъ Y сдѣлаешь равной углу X (§. 168.) и проведешь линѣю CD; ибо, когда внѣшній уголъ Y сдѣланъ равной внутреннему противоположенному X, линѣи AB и CD будутъ параллельны между собою (§ 189. и 193.)

ТЕОРЕМА XIV.

Фиг. 57. § 196. Въ треугольникѣ ABC отъ продолженія одного бока, на пр. CA по изволенію до D; происшедшій внѣшній уголъ DAB бываетъ больше каждаго внутренняго противоположеннаго ему угла, на пр. B и C.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Естьли линѣю AB въ точкѣ F раздѣлишь на двѣ равныя части, и проведши линѣю

нѣю CF, продолжишь оную до G такъ, чтобъ было GF=FC; то, поелику GC пересѣкаетъ AB въ точкѣ F, будетъ Z=Y (§. 137) и слѣдовательно o=x (§. 151.). Но какъ ∠DAB>O; то будетъ также больше и угла x (§. 33. Ариѳ.) Равнымъ образомъ доказывается, что ∠ DAB, или что все равно (§. 137.), его вертикальной уголъ HAC > угла ACB. ч. н. д.

Теорема XV.

§. 197. Во всякомъ плоскомъ треугольникѣ всѣ три угла вмѣстѣ составляютъ 180°. Фиг. 58.

Доказательство.

Естьли съ основанieмъ DE даннаго треугольника, на пр. BDE, чрезъ точку B проведешь параллельную линѣю ABC; то будетъ x=2 а y=3 (§. 191.). Но какъ x+1+y=180°. (§. 133.); то и 1+2+3=180° (§. 31. Ариѳ.). ч. н. д.

Прибавленie.

§. 198. И такъ, знавъ два угла неравносторонняго треугольника, третiй онаго уголъ, какъ дополненie къ 180°, будетъ извѣстенъ; то есть, когда сумму двухъ извѣстныхъ угловъ вычтешь изъ 180°, то остаточное число градусовъ будетъ для третьяго угла.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 199. Въ равнобедренномъ треугольникѣ, знавъ одинъ уголъ, прочіе будутъ извѣстны; поелику два угла въ ономъ, при основаніи находящіеся, суть равны между собою (§. 186.).

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 200. Въ равносторонномъ треугольникѣ всякой уголъ заключаетъ въ себѣ $\frac{2}{3}$ прямаго угла, или 60°; поелику въ ономъ всѣ углы равны между собою (§. 188.).

ПРИБАВЛЕНІЕ 4.

Фиг. 59. §. 201. И такъ удобно можно раздѣлить прямой уголъ на три равныя части: то есть, сдѣлай равносторонный треугольникъ a b c, и изъ крайней онаго точки b возставь перпендикулярную линѣю b D (§. 160.); то ∠ D b a будетъ $\frac{1}{3}$ ∠ D b c, поелику ∠ a b c заключаетъ въ себѣ $\frac{2}{3}$ прямаго угла, или 60° (§. 200.). И такъ, когда только ∠ a b c раздѣлишь на двѣ равныя части линѣею b D (§. 177.), раздѣлится прямой уголъ на три равныя части.

ПРИБАВЛЕНІЕ 5.

§. 202. Въ одномъ и томъ же треугольникѣ можетъ быть одинъ прямой, или прямаго больше, то есть, тупой уголъ. И когда будетъ одинъ уголъ прямой; то прочіе два должны быть острые и вмѣстѣ взятые составлять количество прямагожъ у-

угла; и одинъ изъ острыхъ угловъ есть дополненіемъ другаго къ прямому углу.

ПРИБАВЛЕНІЕ 6.

§. 203. Изъ чего явствуетъ также и сіе, что естьли два угла одного треугольника будутъ равны двумъ угламъ другаго треугольника; то и третій уголъ будетъ равенъ третьему.

ТЕОРЕМА XVI.

§. 204. Въ треугольникѣ ABD отъ продолженія котораго нибудь бока, на пр. AB по изволенію до C, происшедшій внѣшній уголъ X равняется двумъ противоположеннымъ, вмѣстѣ взятымъ угламъ o † n. Фиг. 60.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Поелику x † y = 180° (§. 133.), также y † o † n = 180° (§. 197.); то x = o † n (§. 36. Ариѳ.). ч. н. д.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXII.

§. 205. *Подобныя фигуры* (similes figurae) суть тѣ, въ которыхъ находятся всѣ углы, равные всѣмъ угламъ, и *бокà пропорціональные* (latera homologa), равнымъ угламъ противоположенные.

ТЕОРЕМА XVII.

§. 206. Въ треугольникѣ ABC проведенная линѣя DE, съ основаніемъ параллельная, пересѣкаетъ бокà въ ономъ такъ, что части къ тѣмъ бокамъ, отъ коихъ онѣ отрѣзаны, имѣютъ подобное содержаніе. Фиг. 61.

До-

Доказательство.

Надлежитъ представить, что пересѣкающая линѣя DE сперва положена была на верьхъ A того треугольника, и оттуда, наблюдая параллельное положенiе, къ основанiю спускаясь, на какомъ нибудь среднемъ мѣстѣ остановилась, на пр. въ DE; то она на обоихъ бокахъ отрѣжетъ подобныя части AD и AE, по тому что оные бока суть такъ какъ путь, по которому линѣя DE стремится къ основанiю BC; и какъ по причинѣ параллельнаго положенiя крайнiя той линѣи DE точки вмѣстѣ и съ обѣихъ сторонъ должны сдѣлать прикосновенiе къ основанiю, такъ равнымъ образомъ и остановившись оная линѣя на какомъ нибудь среднемъ мѣстѣ должна измѣрять подобныя части; то есть, когда она на одномъ боку перешла половину, то и на другомъ боку то же учинила. Почему служитъ здѣсь слѣдующая пропорцiя: AB: AD = AC: AE (§. 131. Ариѳ.), или AB: AC = AD: AE (§. 139. Ариѳ.). ч. н. д.

Прибавленiе 1.

§. 207. Да и остатки имѣютъ такоежъ содержанiе, какое и бокà цѣлые; поелику разность предыдущихъ членовъ къ разности послѣдующихъ содержится такъ, какъ котораго нибудь содержанiя предыдущiй членъ къ своему послѣдующему (§. 154. Ариѳ.). на пр.

Ко-

Когда AB: AD = AC: AE } (§. 131 и 139 Ариѳ.)
Или AB : AC = AD : AE }

То будетъ AB — AD: AC — AE = AB: AC (§. 154 Ариѳ.)
То есть BD : CE = AB: AC

Или AB — AD: AC — AE = AD: AE (§. 31. Ариѳ.)
То есть BD: CE = AD: AE

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 208. Ежели въ треугольникѣ GHF проведено будетъ нѣсколько параллельныхъ линѣй, на пр. ab и cd; то и въ такомъ случаѣ всѣ отрѣзки и остатки будутъ пропорціональны между собою: ибо изъ предыдущихъ доказательствъ въ теоремѣ (§. 206.) и прибавленіи (§. 207.) объявленныхъ явствуетъ справедливость и слѣдующихъ пропорцій: Фиг. 62.

Когда GF: aF = HF: bF (§. 131. Ариѳ.)
Или GF : HF = aF: bF (§. 139. Ариѳ)

То будетъ GF — aF: HF — bF = GF. HF } §. 154. Ариѳ.)
То есть Ga : Hb = GF : HF }

Также GF : cF = HF : dF
Или GF : HF = cF : dF
То будетъ GF — cF : HF — dF = cF : dF
То есть Gc : Hd = cF : dF
Также cF : aF = dF : bF
Или cF : dF = aF : bF
То будетъ cF — aF : dF — bF = cF : dF
То есть ca : db = cF : dF

При-

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 209. Естьли какая линѣя пересѣчетъ бока въ треугольникѣ пропорціонально; то она будетъ параллельна съ основаніемъ того треугольника (§. 206.); и обратно линѣя параллельная съ основаніемъ пересѣкаетъ бока пропорціонально.

ТЕОРЕМА XVIII.

Фиг. 63. §. 210. Въ двухъ треугольникахъ, имѣющихъ равные углы, бока равнымъ угламъ противоположенные, суть пропорціональны между собою.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Надлежитъ представить, что Δ ABC имѣетъ углы равные въ маломъ $\Delta\, \alpha\beta\gamma$ находящимся, то есть, $A = \alpha$, $B = \beta$, $C = \gamma$. И такъ, когда положишь малой треугольникъ на верьхъ большаго треугольника, что по причинѣ равныхъ угловъ A и α учинено быть можетъ (§. 149. и 150.); то, поелику $\beta = B$ и $\gamma = C$, линѣи $\beta\gamma$ и BC будутъ параллельны между собою (§. 193.) и по тому служитъ здѣсь слѣдующая пропорція: $AB : AC = \alpha\beta : \alpha\gamma$ (§. 206). Также по причинѣ равныхъ угловъ B и β, естьли B возьмется за верьхъ треугольника, а AC за основаніе, и малой треугольникъ будетъ положенъ на верьхъ B большаго треугольника; то, какъ и прежде, линѣя $\alpha\gamma$ бу-

будетъ параллельна съ линѣею AC (§. 193.) и по тому служатъ слѣдующія пропорціи: AB : BC = $\alpha\beta$: $\beta\gamma$, или AB : $\alpha\beta$ = BC : $\beta\gamma$ (§. 139. Ариѳ) также AB : AC = $\alpha\beta$: $\alpha\gamma$, или AB : $\alpha\beta$ = AC : $\alpha\gamma$ (§. 139. Ариѳ.) ч. н. д.

ТЕОРЕМА XIX.

§. 212. Прямая линѣя FH, раздѣляющая ∠GFE на двѣ равныя части, пересѣкаетъ линѣю GE, противъ того угла лежащую, пропорціонально бокамъ EF и GF. Фиг. 65.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Когда EF продолжишь до I такъ, чтобъ было FI = GF; то будетъ o + x = y + u. (§. 204.). Но какъ o = x по положенію, и y = u (§. 186); то 2y = 2o (§. 31. Ариѳ.) и o = y (§. 36. Ариѳ.); слѣдовательно HF параллельна съ GI (§. 193.), и по тому FE : EH = FI : HG (§. 207) или FE : EH = FG : HG (§. 31. Ариѳ.). ч. н. д.

ДРУГОЕ ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Продолживъ бокъ DA до E, такъ чтобъ было EA = AC, произойдетъ равнобедренный треугольникъ EAC, (§. 67). Почему ∠CAD = ∠ACE + ∠AEC (§. 204.); слѣдовательно ∠CAB = ∠ACE (§. 191.), поелику ∠CAB есть половинная часть ∠CAD по положенію. И такъ AB параллельна съ CE (§. 193.); слѣдовательно въ Δ CED бока CD и DE пересѣкаетъ пропорціонально (§. 209.), и Фиг. 64.

по

по тому служитъ здѣсь такая пропорція: (§. 204.) BD : BC = DA : AE. Но поелику AE = AC по положенію, то BD : BC = DA AC (§. 31. Ариѳ.) ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 213. Когда FE: EH = FG: HG (§. 212); то FE: FG = EH: HG (§. 139. Ариѳ.), и слѣдовательно FE†FG: FE = EG: EH (§. 152. Ариѳ.), или FE†FG: EG = FE: EH (§. 139. Ариѳ.), то есть, какъ сумма двухъ боковъ треугольника содержится къ основанію, такъ одинъ бокъ будетъ содержаться къ своему отрѣзку.

ЗАДАЧА XIII.

Фиг. 66. §. 214. Въ треугольникѣ DBE дано: линѣя съ основаніемъ параллельная AC = 15, основаніе DE = 30, отрѣзокъ AB = 8, другой отрѣзокъ BC = 10; найти остатки AD и CE.

РѢШЕНІЕ.

1.) Посылай: AC : DE = BA : BD (§. 210)
2.) Изъ BD вычти BA, останется AD.
3. Потомъ посылай: BA : BC = AD : CE §. 206. 207. и 208.), или BA : AD = BC : CE (§. 139 Ариѳ) То есть.

15 : 30 = 8 : 16 = BD

BD = 16
— BA = 8   8 : 8 = 10 : 10 = CE

AD = 8

За-

ЗАДАЧА XIV.

§. 215. ВЪ треугольникѢ DBE дано: линѣя сЪ основанiемЪ параллельная $AC = 14'$, отрѢзокЪ $AB = 8'$, остатокЪ $AD = 2'$, другой отрѢзокЪ $CB = 12'$; найти другой остатокЪ CE и основанiе DE. Фиг. 66.

РѢШЕНIЕ.

1. Посылай: $AB : BC = AD : CE$ (§. 206 и 207)

2.) ПотóмЪ также посылай: $BA : AC = BD$ DE (§. 210.). То есть

$$8 : 12 = 2 : 3 = CE$$

$$BD = AB + AD = 10$$

то $8 : 14 = 10 : 175'' = DE$.

ЗАДАЧА XV.

§. 216. ВЪ треугольникѢ DBE дано: линѣя сЪ основанiемЪ параллельная $AC = 8$, отрѢзокЪ $AB = 5$, другой отрѢзокЪ $CB = 6$ и сумма всѢхЪ трехЪ боковЪ $BD + DE + BE = 57$; найти DE, AD и CE. Фиг. 66.

РѢШЕНIЕ.

1. Посылай $AB + BC + AC : BD + DE + BE = BC : BE$ (§. 131. Ариѳ.)
2. ИзЪ BE вычти BC, останется CE.
3. ПотóмЪ посылай: $BC : CA = BE : ED$ (§. 210.).
4. НаконецЪ посылай: $BC : CE = BA : AD$ (§. 206, 207 и 208.). То есть:

19 : 57 = 6 : 18 = BE

BE = 18   6 : 8 = 18 : 24 = DE
— BC = 6   6 : 12 = 5 : 10 = AD.

CE = 12

ЗАДАЧА XVI.

Фиг. 67. §. 217. Въ прямоугольномъ треугольникѣ ABE линѣя CD параллельна съ основанiемъ AB и дано: ED = 4, DB = 8 и сумма параллельныхъ линѣй CD † AB = 40; найти порознь CD и AB.

РѢШЕНIЕ

1. Посылай: ED † EB: CD † AB = ED: CD (§. 210.).
2. Потомъ CD вычти изъ CD † AB, останется AB. (§. 59. Арив.). То есть

16 : 40 = 4 : 10 = CD. Слѣдовательно.

CD † AB = 40
— CD = = 10

AB = = 30

ЗАДАЧА XVII.

Фиг. 68. §. 218. Раздѣлить прямую линѣю на какiя нибудь данныя части.

РѢШЕНIЕ

Случай 1. *когда данную линѣю должно раздѣлить на равныя части*, то

1. Проведи нѣсколько параллельныхъ линѣй, и всѣ въ одинакомъ разстоянiи (§. 155.).

2. Потомъ смѣрявъ циркулемъ данную линѣю АС, означь оную между параллельными линѣями такъ, чтобъ между крайними ея точками А и С столько разстояній параллельныхъ линѣй находилось, сколько равныхъ частей данная линѣя имѣть должна; по учиненіи сего точки сѣченія параллельныхъ линѣй покажутъ желаемыя данной линѣи АС равныя части.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Поелику АВ : АС = А1 : АЕ, или АВ : АС = А2 : АD; то будетъ АЕ третья часть линѣи АС, такъ какъ А1 есть третья часть линѣи АВ (§. 206). ч. и. д.

Случай 2. *когдажъ данную линѣю должно будетъ раздѣлить на неравныя части, но по пропорціи такихъ частей, на какія другая линѣя уже раздѣлена*; то.

1. На линѣѣ уже раздѣленной EF сдѣлай равносторонный треугольникъ DEF (§. 172.). Фиг. 69.

2. Линѣю, которую должно раздѣлить, означивъ на обоихъ бокахъ того треугольника въ G и H, проведи прямую линѣю GH.

3. Потомъ изъ верху треугольника къ раздѣленіямъ основанія О и М проведи прямыя линѣи, которыя въ точкахъ 1 и 2 раздѣлятъ прямую линѣю GH такимъ же образомъ, какимъ уже раздѣлена другая линѣя EF.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Поелику DG = GH (§. 79.); то GH будетъ параллельна съ основанiемъ EF (209 и 206) и по тому служитъ здѣсь слѣдующая пропорцiя: DE : EF = DG : GH (§. 210) Но какъ DE = EF; то и DG = GH. Слѣдовательно для подобiя треугольниковъ, которые произошли отъ проведенныхъ изъ верьху линѣй, будетъ DE : EO = DG : G1, и DE : EM = DG = G2 (§. 210.), и линѣя GH раздѣлена въ такой пропорцiи, въ какой раздѣлена ужѐ другая EF. ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНIЕ.

§. 219. Естьли линѣя, которую должно раздѣлить, будетъ больше линѣи ужѐ раздѣленной; то въ такомъ случаѣ бокà треугольника DEF продолжаются далѣе основанiя, пока не умѣстится на оныхъ помянутая линѣя.

ПРИМѢЧАНIЕ.

§. 210. Съ великою пользою употребляется сiя задача, какъ въ гражданской, такъ и въ военной Архитектурѣ, особливо когда какой планъ, или чертежъ увеличить, или уменьшить потребно будетъ. Ибо въ обоихъ случаяхъ всѣ раздѣленiя, или части даннаго чертежа, должны сохранять прежнюю свою пропорцiю, хотя онѣ меньше, или больше будутъ; и чего на пр. въ большомъ положенiи половина, или третья

часть

часть есть, того и въ меньшемъ положенiи такаяжъ часть быть долженствуетъ. А ежели на пр. данную вещь по ея величинѣ надлежитъ уменьшить вполы, то должно взять линѣю DG вполы меньше линѣи EF (§. 218.); когдажъ предложенную вещь по ея величинѣ должно сдѣлать втрое меньше, тогда надлежитъ взять линѣю DG величиною противъ третiей части линѣи EF: и тогда всѣ величины будутъ половина, или третья доля противъ прежнихъ, а части ихъ однако будутъ имѣть между собою такоежъ содержанiе, какое онѣ имѣютъ въ большомъ положенiи. Напротивъ того, ежели кто желаетъ что нибудь увеличить, то надлежитъ линѣи DE, DO, DM и DG (§. 218.) пониже линѣи EF протянуть и далѣе поступать, какъ показано (§. 219.).

ЗАДАЧА XVIII.

§. 221. Найти третью линѣю пропорцiональную къ двумъ даннымъ линѣямъ.

РѢШЕНIЕ.

1. Начерти по изволенiю уголъ EAD такой, чтобъ не оченъ остръ былъ, и на нижнемъ его боку подлѣ верьха означь Фиг. первую данную линѣю AB, а на верьхнемъ 70. другую AC и проведи линѣю CB.

2. Съ первою линѣею соединивъ вторую въ BD = AC, чрезъ точку D проведи линѣю DE параллельную съ CB (§. 195.), и будетъ CE искомая третья пропорціональная линѣя.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Поелику въ Δ AED съ основаніемъ DE проведена параллельная линѣя CB: то AB AC = BD: CE (§. 207).. Но какъ AC = BD; то CE есть третья пропорціональная линѣя (§. 175. Ариѳ.). ч. н. д.

ЗАДАЧА XIX.

§. 222. Найти четвертую линѣю пропорціональную къ даннымъ тремъ линѣямъ.

РѢШЕНІЕ.

Фиг. 70. 1. Начертивъ также по изволенію уголъ EAD, на нижнемъ его боку подлѣ верьха означь первую изъ данныхъ линѣю AB, а на верьхнемъ другую AC и проведи линѣю CB.

2. Съ первою линѣею соединивъ третью въ BD чрезъ точку D съ линѣею BC проведи параллельную линѣю DE (§. 195.), и будетъ CE искомая четвертая пропорціональная линѣя.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Поелику въ Δ AED съ основаніемъ DE проведена параллельная линѣя CB; то AB: AC = BD: CE (§. 207. и 212.). И потому CE есть четвертая пропорціональная линѣя (§. 173. Ариѳ.). ч. н. д.

При-

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 223. ИзЪ чего явствуетЪ, что одними только линѣями можно дѣлать умноженіе и дѣленіе. Ибо во всякомЪ умноженіи единица содержится вЪ множителѣ столько разЪ, сколько множимое число вЪ произведеніи (§. 67. Ариѳ.). И такЪ надлежитЪ только взять за единицу по изволенію какойнибудь величины линѣю, и по сей единицѣ представить какЪ множителя, такЪ и множимое число, и потомЪ кЪ симЪ даннымЪ тремЪ линѣямЪ искать четвертую пропорціональную линѣю; то сія, когда она по принятой единицѣ опять вЪ число перемѣнится, искомое произведеніе покажетЪ. И поелику во всякомЪ дѣленіи всегда дѣлитель содержится кЪ дѣлимому числу такЪ, какЪ единица кЪ частному числу, (§. 76. Ариѳ.); то также и сіе одними линѣями учинить можно. И чрезЪ сіе то доказывается сходство Ариѳметики сЪ Геометріею.

ЗАДАЧА XX.

Начертить Геометрическій маштабЪ, или размѣрЪ.

РѢШЕНІЕ.

1. На прямой линѣѣ AC означь по изволенію десять равныхЪ частей, и вЪ крайней оной точкѣ A возставивЪ по изволеніюжЪ перпендикулярную линѣю AB, раздѣли по- Фиг. 27.

добнымъ образомъ на десять же равныхъ частей.

2. Чрезъ точки раздѣленій, означенныя на перпендикулярной линѣѣ, проведши линѣи съ нижнею параллельныя, на верьхней изъ оныхъ BD означь десять равныхъ частей такихъ же, какія означены и на нижней.

3. Изъ крайней перпендикула точки B къ точкѣ 9, означенной на нижней линѣѣ, проведи поперечную линѣю B 9, и съ сею личѣею чрезъ всѣ нижней и верьхней линѣй точки раздѣленій проведи параллельныя линѣи; въ точкѣжъ C также возставь перпендикулярную линѣю CD.

4. Продолживъ по изволенію нижнюю и верьхнюю линѣи, означь на оныхъ сколько угодно будетъ раздѣленій равныхъ линѣѣ AC, какъ то фигура показываетъ. Такимъ образомъ будетъ начерченъ желаемый маштабъ.

Доказательство.

Ежели линѣя AC возьмется за сажень, то десятыя ея части будутъ значить Геометрическіе футы, а линѣи параллельныя съ основаніемъ въ Δ AB 9 умѣщающіяся между перпендикулярною линѣею AB и поперечною A 9 будутъ значить десятыя части фута, то есть, дюймы. Поели-

елику всѣ треугольники, происшедшiе отъ проведенной поперечной линѣи, по причинѣ линѣй параллельныхъ съ основанiемъ и общаго угла B, суть подобны между собою (§. 210.); и по тому служатъ здѣсь слѣдующiя пропорцiи: BA: A9 = B1: 1m, или BA: B1 = A9: 1m (§. 139. Ариѳ.). Также BA: B2 = A9: 2n (§. 206. и 207.). Чего ради, когда B1 есть десятая часть линѣи AB, 1m будетъ десятаяжъ часть линѣи A9. ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНIЕ 1.

§. 225. Слѣдовательно на семъ маштабѣ изображены части трехъ Геометрическихъ мѣръ. И естьли AC возьмется за мѣру фута, то десятыя ея части будутъ значить дюймы, а десятыя части дюймовъ, то есть, линѣи частицами 1m, 2n и проч. означаются.

ПРИБАВЛЕНIЕ 2.

§. 226. Изъ чего явствуетъ, что 1m есть сотая часть линѣи AC; и такимъ-то образомъ прямая линѣя раздѣляется на сто частей.

ПРИБАВЛЕНIЕ. 3.

§. 227. И такъ всякъ можетъ разумѣть, что такiе маштабы различной величины сдѣланы быть могутъ, какъ кому за благо разсудится, въ большемъ ли видѣ,

или въ меньшемъ представить линѣи Геометрическихъ мѣръ.

ПРИБАВЛЕНIЕ 4.

§. 228. Что касается до употребленія такого Геометрическаго машпаба, или размѣра: то положимъ, что надлежитъ по нему вымѣрять линѣю XZ. Смѣрявъ циркулемъ величину данной линѣи, поставь одну ножку онаго въ точкѣ F, и смотри, сколь далеко простирается другая его ножка по линѣѣ FA, и тотчасъ видно будетъ, сколько она цѣлыхъ саженъ, или футовъ и десятыхъ оныхъ частей содержитъ; естьлижъ сверьхъ того еще содержитъ, то переноси циркулъ съ его раствореніемъ съ одной параллельной линѣи на другую до тѣхъ поръ, пока напослѣдокъ другая ножка циркула въ одинъ которой нибудь прорѣзъ поперечныхъ линѣй съ параллельными линѣями точно станетъ. Какъ на пр. линѣя XZ заключаетъ въ себѣ 2° 3′ 4″ Равнымъ образомъ и съ прочими линѣями поступать надлежитъ, которыя кто вымѣрять желаетъ.

ПРИМѢЧАНIЕ.

§. 229. Ежели потребно будетъ начертить машпабъ не по Геометрической, но по какой нибудь другой мѣрѣ. На пр. по Россійской: то въ такомъ случаѣ линѣю AC должно раздѣлить на семь, а перпен-

дикулярную линѣю АВ на двенатцать равныхъ частей, по тому что Россійская сажень содержитъ въ себѣ 7. футовъ, а футъ 12 дюймовъ; далѣежъ должно поступать по вышеписанному.

ЗАДАЧА XXI.

§. 230. Найти разстояніе, между двумя мѣстами А и В находящееся, изъ которыхъ отъ одного къ другому не можно провести прямой линѣи за препятствіемъ, въ срединѣ находящимся.

РѢШЕНІЕ ПЕРВОЕ.

1. Въ выбранномъ по изволенію такомъ третьемъ мѣстѣ, на пр. С, отъ котораго бы къ обоимъ мѣстамъ можно было провесть и вымѣрять прямыя линѣи, воткни колъ, и вымѣрявъ разстояніе между А и С, продолжи оное назадъ въ одной и той же прямой линѣи до Е, такъ чтобъ было СЕ = АС.

2. Вымѣрявъ также разстояніе между В и С, продолжи оное до D, такъ чтобъ было DC = BC, и въ Е и D воткнувъ по колу, между коими означенное разстояніе DE будетъ равно искомому АВ.

3. Естьлижъ для продолженія назадъ линѣй АС и СВ не будетъ доставать мѣста за какимъ нибудь препятствіемъ; то въ такомъ случаѣ должно провесть хотя нѣскол-

сколькія оныхъ части, на пр. половинныя, или трети и проч. части; почему и между крайними оныхъ точками означенное разстояніе, на пр. FG будетъ подобная часть искомаго; то есть, естьли половинныя тѣхъ линѣй части перенесены были назадъ; то и FG будетъ половиннаяжъ часть искомаго разстоянія.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Въ первомъ случаѣ Δ CDE = Δ ABC по причинѣ угловъ при верьху C равныхъ (§. 137.) и равныхъ двухъ боковъ; слѣдовательно DE = AB (§. 151.). Во второмъ же случаѣ для подобной пропорціи нѣсколькихъ частей будетъ CF : CD = CG : CE; почему FG параллельна съ основаніемъ DE (§. 209). И такъ треугольники CFG и CDE суть подобны между собою, и по тому CF : CD = FG : DE, или CF : CD = FG AB (§. 31. Ариѳ.). ч. н. д.

РѢШЕНІЕ ВТОРОЕ.

1. Въ выбранномъ также по изволенію такомъ третьемъ мѣстѣ, отъ котораго бы къ обоимъ мѣстамъ можно было провесть и вымѣрять прямыя линѣи, поставь столикъ (§. 118, 142 и 143.).

2. Къ утвержденной на ономъ въ срединѣ шпилькѣ приложи линѣйку съ діоптрами, или мишенями, и наведши оныя на мѣста L и M, означь по онымъ на бумагѣ

магѣ линѣи произвольной длины.

3. Потóмъ вымѣрявъ разстоянія CL и CM, и взявъ подобныя симъ мѣры по уменьшенному машшабу (§. 228.), означь оныя на линѣяхъ изъ C ужè на бумагѣ по изволенію проведенныхъ.

4. Напослѣдокъ проведши линѣю NO, вымѣряй оную по томужъ машшабу; такимъ образомъ будетъ извѣстно искомое разстояніе LM.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Поелику взятыя по уменьшенному машшабу мѣры NC и OC суть пропорціональны линѣямъ LC и MC; то NO будетъ параллельна съ LM (§. 209.), и Δ NOC ∽ Δ LMC (§. 206.); и по тому линѣя NO, взятая по уменьшенному машшабу, то же значитъ, что и искомое разстояніе LM настоящею мѣрою ч. н. д.

РѢШЕНІЕ ТРЕТІЕ.

1. Въ выбранномъ также по изволенію третьемъ мѣстѣ C поставь Астролябію (§. 115, 142 и 143.) и чрезъ оную вымѣрявъ ∠ LCM, запиши количество онаго на бумагѣ.

2. Потóмъ изъ найденнаго угла, помощію транспортира (§. 168.), и изъ взятыхъ по уменьшенному машшабу линѣй, подобныхъ вымѣряннымъ (§. 228.), удобно составится въ уменьшенномъ видѣ треуголь-

тольникъ (§. 170.), въ которомъ третій бокъ, взятой по тому жъ маштабу, будетъ означать искомое разстояніе.

ЗАДАЧА XXII.

§. 231. Найти взаимное двухъ мѣстъ разстояніе AB, изъ которыхъ къ одному только B подойти можно.

РѢШЕНІЕ ПЕРВОЕ.

1. Выбравъ по изволенію третіе мѣсто C, и отъ онаго до B вымѣрявъ разстояніе, продолжи оное по прямой линѣѣ до D, такъ чтобъ было BD = BC, и въ B и D воткни по колу.

2. На прямой линѣѣ CA, которая простирается къ неприступному мѣсту A, воткнувъ колъ E и разстояніе отъ онаго до B вымѣрявъ, также по прямой линѣѣ продолжи до F, такъ чтобъ было BF = BE, и въ F воткни колъ.

3. Потомъ отъ кола F въ прямой линѣѣ подвигайся назадъ до тѣхъ поръ, пока колья B и A не будутъ казаться также въ прямой линѣѣ; и въ томъ мѣстѣ, гдѣ остановишься, воткни колъ G; такимъ образомъ отъ кола G до кола B вымѣрянное разстояніе будетъ GB = AB.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Когда треугольники EBC и BFD равны между собою по причинѣ того, что въ оныхъ CB = BD и EB = BF, также X = X; то

то будетъ и C = D (§. 151.). Почему и треугольники ABC и BDG также равны между собою по причинѣ того, что въ оныхъ x † o = x † o, C = D и CB = BD; слѣдовательно AB = BG (§. 152.). ч. н. д.

РѢШЕНІЕ ВТОРОЕ.

1. Поставивъ столикъ въ мѣстѣ B, и приложивъ линѣйку съ мишенями къ шпилькѣ i, наведи оныя на мѣста A и C, и означь на бумагѣ неопредѣленныя линѣи.

2. Не перемѣняя положенія столика, перенеси оный съ назначенными на немъ неопредѣленными линѣями въ другое мѣсто C, и отъ B до C вымѣрявъ разстояніе, означь оное по взятому уменьшенному машшабу въ i C.

3. Потомъ приложивъ линѣйку съ мишенями къ шпилькѣ воткнутой въ C, наведи оныя опять на мѣсто A: то проведенная по онымъ мишенямъ линѣя пересѣчетъ линѣи въ первомъ мѣстѣ проведенныя въ точкѣ m; такимъ образомъ будетъ извѣстно искомое разстояніе AB.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Поколику въ треугольникахъ C m i и c A B всѣ углы равны; то бока равнымъ угламъ противоположенные будутъ пропорціональны (§. 210.). Почему i m по уменьшенному машшабу будетъ значить то же, что и AB настоящею мѣрою. ч. н. д.

РѢ-

РѢШЕНІЕ ТРЕТІЕ.

Помощію Астролябіи, сходствуетъ съ предыдущимъ (§. 230.). Ибо изъ двухъ угловъ C и B, чрезъ оную вымѣрянныхъ и одного вымѣряннагожъ бо́ка BC можно будетъ составить по уменьшенному взятому машпабу Δ Cmi ∽ Δ ABC (§. 210.).

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 232. Естьли за какимъ либо препятствіемъ по первому рѣшенію не можно будетъ назадъ перенести цѣлыхъ линѣй, то въ такомъ случаѣ половинныя, или третьи и проч. части оныхъ переносятся, какъ уже о томъ выше сего упомянуто (§. 230.).

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 233. Помощіюжъ вышепоказаннаго рѣшенія (§. 231.) находится широта рѣки и разстояніе мѣста, за рѣкою находящагося, отъ берега рѣки, или разстояніе корабля отъ берега морскаго.

ЗАДАЧА XXIII.

§. 234. Найти разстояніе двухъ мѣстъ между собою, изъ которыхъ ни къ одному подойти не можно.

РѢШЕНІЕ ПЕРВОЕ.

Ежели захочешь рѣшить сію задачу чрезъ колья, то предыдущее рѣшеніе (§. 231.) должно дважды повторено быть, чрезъ что найдутся линѣи AC = CL и CB = CK; и по причинѣ равныхъ угловъ при верьху

находящихся произойдетъ Δ ABC = Δ BKL и AB = KL (§. 151.).

РѢШЕНІЕ ВТОРОЕ.

1. Выбери также по изволенію два мѣста C и D, и въ первомъ изъ оныхъ утвердивъ столикъ, по линѣйкѣ съ мишенями къ мѣстамъ B, A и D означь на бумагѣ произвольной долготы линѣи CB, CA и CD. Фиг. 76.

2. Вымѣрявъ разстояніе между двумя мѣстами, по изволенію взятыми, находящееся CD, означь оное по уменьшенному машштабу въ oe, и не перемѣняя положенія, перенеси столикъ въ D, и по линѣйкѣ съ мишенями къ мѣстамъ A и B означь произвольной долготы линѣи DA и DB; и гдѣ сіи линѣи пересѣкутъ означенныя въ первомъ мѣстѣ, тамъ соединивъ оные перерѣзы линѣями, означится фигура eorn въ маломъ видѣ подобная въ большемъ представляющейся фигурѣ ABCD, и rn по уменьшенному машштабу будетъ изображать тоже, что и AB настоящею мѣрою.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Поелику Δ roe ∽ Δ ADC, по причинѣ общихъ угловъ при o и e находящихся, и oe = DC по положенію; также Δ one ∽ Δ BDC для тѣхъ же причинъ (§. 152. и 210.): то Δ rne ∽ Δ ABC (§. 151. и 210.) и rn

И по

по уменьшенному машшабу значишЪ шоже, что и AB насшоящею мѢрою. ч. н. д.

РѢШЕНІЕ ТРЕТІЕ.

ЧрезЪ Асшролябію сыскавЪ углы при о и е находящіеся и линѢю ое взявЪ по уменьшенному машшабу, могушЪ начерчены бышь вЪ маломЪ видѢ шреугольники гое, опе и гпе подобные большимЪ шреугольникамЪ ADC, BDC и ABC, чрезЪ что будешЪ извѢсшна и линѢя гп по уменьшенному машшабу изображающая шоже, что и AB насшоящею мѢрою.

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 235. РавнымЪ образомЪ изЪ двухЪ по изволенію взяшыхЪ мѢсшЪ находишся разсшояніе между множайшими, нежели между двумя мѢсшами, находящееся.

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 236. Геодезисшу при рѢшеніи выше сего предложенныхЪ задачЪ весьма осшорожно должно посшупашь, чшобЪ разсшоянія между мѢсшами по изволенію выбираемыми не весьма малыя браны были, шакже какЪ сшоликЪ и Асшролябія ошЪ горизоншальнаго (§. 143.), шакЪ и колья ошЪ вершикальнаго (§. 103.) положеній не уклонялись. Ибо погрѢшносши вЪ обоихЪ случаяхЪ причиненныя вЪ пракшикѢ замѢшашельсшво и самое измѢреніе сомнишельнымЪ обыкновенно дѢлаюшЪ.

ЗА-

ЗАДАЧА XXIV.

§. 237. Вымѣрять высоту, къ которой подойти можно. Фиг. 77.

РѢШЕНІЕ ПЕРВОЕ.

1. Выбравъ два мѣста E и H, которыя бы съ высотою были на равной поверьхности землѝ, утверди въ оныхъ перпендикулярно колья ED и HF, въ пять и восемь, или въ девять футовъ длиною, въ прямой линѣѣ съ измѣряемою высотою.

2. Приложивъ глазъ къ верьху D меньшаго кола ED, прикажи подвигать туда и сюда большій колъ HF въ прямой линѣѣ до тѣхъ поръ, пока приложенный глазъ къ верьху меньшаго кола не будетъ въ одной прямой линѣѣ съ верьхомъ F большаго кола и верьхомъ A измѣряемой высоты.

3. Представь, что чрезъ верьхъ D меньшаго кола проведена параллельная съ поверьхностію земною линѣя DB и къ высотѣ прямая линѣя DA; то произойдетъ Δ DGF $\backsim$ Δ DBA.

4. На конецъ вымѣрявъ разстояніе меньшаго кола отъ измѣряемой высоты, то есть DB, и разстояніе меньшагожъ кола отъ большаго, то есть DG, также разность кольевъ FG, сдѣлай слѣдующую посылку:

DG: GF = DB: BA

То есть, какъ разстоянїе меньшаго кола отъ большаго содержится къ разности кольевъ, такъ будетъ содержаться разстоянїе меньшагожъ кола отъ измѣряемой высоты къ самой высотѣ безъ длины меньшаго кола, которую приложивъ къ найденному четвертому Геометрическому пропорцїональному числу, будетъ извѣстна вся высота, то есть BA † DE = AC. Положимъ, что DB = EC = 48′, DG = EH = 20′, GF = 16′, ED = 5′: то

$$20 : 16 = 48 : 38\tfrac{2}{5} = DB$$
$$\dagger\ 5 = ED$$
$$43\tfrac{2}{5} = AB$$

РѢШЕНЇЕ ВТОРОЕ.

Фиг. 78. 1. Поставивъ вертикально столикъ въ C, и къ шпилькѣ приложивъ линѣйку съ мишенями, означь на бумагѣ горизонтальную линѣю cb по уменьшенному машпабу, равную мѣрою CB.

2. Потомъ наведши мишени на верьхъ A измѣряемой высоты, означь также неопредѣленную линѣю.

3. На конецъ изъ точки b возставивъ перпендикулъ ab (§. 160.), который опредѣлитъ неопредѣленную линѣю, и произойдетъ Δ cba ∽ Δ CBA. Почему будетъ имѣть мѣсто здѣсь слѣдующая пропорцїя:

cb : ba = CB : BA

или

или cb : CB = ba : BA (§. 139. Ариѳ.)

То есть, линѣя ba вымѣрянная по взятому уменьшенному машптабу, будетъ значить тоже, что и AB настоящею мѣрою, къ чему потомъ приложивъ высоту столика, будетъ извѣстна вся желаемая высота.

ЗАДАЧА XXV.

§. 238. Вымѣрять высоту, къ которой подойти не можно.

РѢШЕНІЕ ПЕРВОЕ.

Вымѣрявъ разстояніе LN (§. 231.), далѣе поступай, какъ въ первомъ рѣшеніи предыдущей задачи показано (§. 237.).

РѢШЕНІЕ ВТОРОЕ.

1. Выбравъ по изволенію два мѣста N и M, и въ первомъ изъ оныхъ утвердивъ вертикально столикъ, означь по линѣйкѣ съ мишенями, приложенной къ шпилькѣ, горизонтальную линѣю or по взятому машптабу, равную мѣрою NM. Фиг. 79.

2. Наведи мишени на верьхъ A измѣряемой высоты, и также означь неопредѣленную линѣю.

3. Потомъ перенеси столикъ съ назначенными на немъ линѣями въ другое мѣсто M, и къ точкѣ r приложивъ линѣйку съ мишенями, наведи оныя опять на верьхъ A измѣряемой высоты, и по оной

означенная линѣя опредѣлитъ неопредѣленную линѣю въ точкѣ K.

4 На конецъ изъ точки K на нѣсколько проведенную линѣю or опусти перпендикулъ KL (§. 165.), и произойдутъ два подобные между собою треугольника, то есть Δ Kro ∽ Δ AMN и Δ KLr ∽ Δ ALM (§. 210); и по тому имѣютъ здѣсь мѣсто слѣдующія пропорціи:

or : rk = NM : MA

или or : NM = rk : MA (§. 139. Ариѳ.);

также rk : kl = MA : AL

или rk : MA = kl : AL (§. 139. Ариѳ.).

То есть, линѣя kl, вымѣрянная по взятому маштабу, будетъ значить тоже, что и AL настоящею мѣрою, къ чему напослѣдокъ приложивъ высоту столика, будетъ извѣстна вся желаемая высота.

РѢШЕНІЕ ТРЕТІЕ.

Какимъже образомъ въ разсужденіи какъ сей, такъ и предыдущей задачи (§. 237.) чрезъ Астролябію вымѣрявъ два угла и разстояніе между мѣстами, по изволенію принимаемыми, можетъ составленъ быть, помощію взятаго маштаба, въ маломъ видѣ треугольникъ точно подобный большому, о томъ при рѣшеніи предыдущихъ задачъ (§. 230 и 231) ясно и довольно упомянуто уже было.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 239. О прочихъ множайшихъ и различныхъ задачахъ, принадлежащихъ къ практикѣ, пространнѣе упомянуто будетъ въ Тригонометріи, гдѣ всѣ таковыя задачи гораздо удобнѣе рѣшатся помощію логариѳмовъ, соотвѣтствующихъ синусамъ и касательнымъ линѣямъ.

ГЛАВА ЧЕТВЕРТАЯ.

О КРУГѢ И СВОЙСТВАХЪ ОНАГО.

ТЕОРЕМА XIX.

§. 240.

Изъ двухъ концентральныхъ, или одноцентрныхъ круговъ B и G окружность меньшаго вездѣ равно отстоитъ отъ окружности большаго. Фиг. 80.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

HE = HF и HB = HC (§. 79.): и по тому HB = HE = HC = HF, то есть, EB = FC (§. 36. Ариѳ.) ч. н. д.

ТЕОРЕМА XX.

§. 241. Двѣ дуги DF и EG тогожъ и одного круга, состоящія между параллельными линѣями DE и FG, суть равны между собою. Фиг. 81.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Проведши перпендикулярно поперешникъ AC, раздѣляющій хорды FG и DE на

двѣ равныя части, будутъ и другія означенныя хорды въ AF и AG, такожъ AD и AE равны между собою (§. 187.). Почему дуга ADF = дугѣ AEG, а дуга AD = дугѣ AE: слѣдовательно ADF — AD = AEG — AE, то есть, DF = EG (§. 36. Ариѳ.) ч. н. д.

ТЕОРЕМА XXI.

Фиг. 82. §. 242. Двѣ хорды въ одномъ и томъ же кругѣ проведенныя CD и AB не могутъ взаимно пересѣчь другъ друга въ точкѣ F на двѣ равныя части.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Естьли бы точка F двухъ проведенныхъ хордъ взаимно пересѣкающихся была средина: то бы изъ центра E опущенная линѣя EF къ хордамъ AB и CD была перпендикулярна (§. 187.), также AB и CD были перпендикулярны къ EF; но какъ ни EF, ни AB и CD не суть перпендикулярны; слѣдовательно и точка F не есть средина двухъ проведенныхъ хордъ, взаимно пересѣкающихся въ оной. ч. н. д.

ТЕОРЕМА XXII.

Фиг. 83. §. 243. Двѣ хорды AB и ED проведенныя въ равномъ разстояніи отъ центра, суть равны между собою.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Чрезъ центръ E проведши перпендикулярныя линѣи EH и EI, будетъ AH половину

ловинная часть AB, а CI половинная часть CD (§. 187.); почему AH = CI, и слѣдовательно AB = CD. ч. н. д.

ТЕОРЕМА XXIII.

§. 244. Хорда не можетъ больше прорѣзывать окружность, какъ токмо въ двухъ точкахъ. Фиг. 84.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Положимъ, что хорда AB прорѣзываетъ окружность въ трехъ точкахъ A, B и D: то изъ центра C проведенныя къ онымъ прямыя линѣи CA, CB и CD должны быть равны между собою (§. 79.). Но CD > BC: слѣдовательно хорда не прорѣзываетъ окружности въ трехъ точкахъ, и окружность всякаго круга не можетъ проходить чрезъ три точки, на одной и той же прямой линѣѣ находящіяся. ч. н. д.

ТЕОРЕМА XXIV.

§. 245. Два круга, взаимно пересѣкающіеся, не могутъ имѣть одного и того же центра. Фиг. 85.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Поелику кругъ X пересѣкаетъ другій Z по положенію: то часть перваго внутръ упадаетъ другаго. И такъ изъ центра C круга X проведи полупоперешникъ CB, который будучи продолженъ до окружности круга Z, пересѣчетъ оный въ точкѣ E, и будетъ CB часть продолженнаго полупопе-

решника СЕ. Но естьли бы точка С была также центрЪ и круга Z: то бы, поелику СВ=АС и СЕ=АС (§. 79.) было СВ=СЕ (§. 32. Ариѳ.) Но какЪ СВ совсѢмЪ не равно СЕ; слѢдовательно круги X и Z взаимно пересѢкающіеся не могутЪ имѢть одного и того же круга. ч. н. д.

ЗАДАЧА XXVI.

§. 246. Описать кругЪ изЪ даннаго центра С по данному полупоперешнику АС. Фиг. 4.

РѢШЕНІЕ.

I. На бумагѢ, или на católica доскѢ.

1. Ножку циркула поставивЪ вЪ данномЪ центрѢ С, сдѢлай раствореніе онаго равное данному полупоперешнику АС.

2. Не перемѢняя растворенія, другою ножкою циркула обойди около центра, такимЪ образомЪ опишется желаемый кругЪ (§. 36. и 85.).

II. На полѢ.

Положимъ, что изЪ С полупоперешникомЪ СЕ должно описать кругЪ: то вЪ точкѢ С надлежитЪ крѢпко утвердить маленькій колышекЪ, и кЪ нему привязать конецЪ веревки такЪ, чтобЪ она около его свободно могла вертѢться: кЪ другомужЪ концу веревки привязавЪ другій острый колышекЪ вЪ такомЪ разстояніи, сколь великЪ данЪ будетЪ полупоперешникЪ, и натянувЪ веревку, острымЪ концомЪ того Фиг. 86.

ко-

колышка на поверьхности земной опишется желаемый кругЪ.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 247. Для вѣрности, чтобЪ при описываніи окружности круга колышекЪ AD не покривился внутрЪ, или внѣ круга, надлежитЪ кЪ помянутому колышку привязать вЪ двухЪ мѣстахЪ веревочку FBD, и кЪ ней отЪ кола C другую BC; такимЪ образомЪ колышекЪ AD, когда оный между точками F и D взятЪ будетЪ, и веревочки напянутся, при описаніи окружности круга не можетЪ ужѐ перемѣнить надлежащаго своего положенія.

ЗАДАЧА XXVII.

§. 248. Описать кругЪ чрезЪ три данныя точки A, B, C, которыя бы означены были не на одной и той же прямой линѣѣ. Фиг. 87.

РѢШЕНІЕ.

1. Соедини тѣ данныя точки прямыми линѣями AC и CB.

2. Раздѣли тѣ линѣи на двѣ равныя части (§. 163.).

3. ЧрезЪ точки раздѣленія проведи прямыя линѣи (§. 123.), которыя взаимно пересѣкаются вЪ точкѣ I, откуда, такЪ какЪ изЪ центра, чрезЪ три данныя точки опишется кругЪ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Когда линѣя DE хорду AC, а линѣя HG хорду CB пересѣкаютъ на двѣ равныя части: то онѣ проходятъ чрезъ центръ (§. 187.); и по тому точка I есть центръ круга, проходящаго чрезъ три данныя точки (§. 79.). ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 249. Равнымъ образомъ находится неизвѣстный центръ данназо круга, или данной какой дуги, когда въ томъ кругѣ, или подъ тою дугою проведенныя двѣ хорды и соединяющіяся между собою въ одной точкѣ окружности раздѣлены будутъ на двѣ равныя части прямыми перпендикулярными линѣями.

ЗАДАЧА XXVIII.

Фиг. 88. §. 250. Въ данномъ треугольникѣ ABC начертить кругъ, котораго бы окружность касалась всѣмъ бокамъ треугольника.

РѢШЕНІЕ.

1. Раздѣли углы BAC и ABC прямыми линѣями AF и BF на двѣ равныя части (§. 177.).

2. Изъ точки F, гдѣ тѣ двѣ прямыя линѣи, раздѣляющія углы на равныя части, взаимно пересѣкаются между собою, опусти перпендикулярныя линѣи FG, FH, и FI (§. 165.): то изъ точки F описанный кругъ пройдетъ чрезъ три точки G, H, I

(§.

(§. 244.), и въ данномъ треугольникѣ начертится желаемый кругъ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Поелику въ треугольникахъ BGF и BHF уголъ GBF = углу FBH по положенію, и линѣя BF общая обоимъ треугольникамъ; притомъ ∠ BGF = ∠ BHF (§. 86. и 131.): то Δ BGF = Δ BHF (§. 152.) и бокъ GF = боку HF. Равнымъ образомъ доказывается, что и FI = GF; слѣдовательно изъ точки F описанный кругъ проходитъ чрезъ три точки G, H, I, то есть, окружность сего круга касается всѣмъ бокамъ треугольника. ч. н. д.

ЗАДАЧА XXIX.

§. 251. Въ данномъ кругѣ начертить треугольникъ FGH, котораго бы углы порознь были равны угламъ даннаго треугольника ABC; то есть, чтобъ былъ Δ FGH ∽ Δ ABC. Фиг. 89.

РѢШЕНІЕ.

1. Проведи линѣю DFE, которая бы въ точкѣ F касалась окружности круга.

2. Сдѣлай ∠ DFG = ∠ ACB, а ∠ EFH = ∠ ABC (§. 168.).

3. Потомъ проведи линѣю GH, и составится желаемый треугольникъ, въ кругѣ заключающійся FGH ∽ Δ ABC.

До-

Доказательство.

Мѣра угла GHF есть половинная дуга FG (§. 259.), которая есть также мѣрою и угла $DFG = \angle ACB$; слѣдовательно $\angle GHF = \angle ACB$ (§. 32. Ариѳ.). такимъ образомъ $\angle FGH = \angle EFH = \angle ABC$; слѣдовательно $\angle FGH = \angle ABC$, и по тому $\Delta GFH \backsim \Delta ABC$ (§. 205. и 210.). ч. н. д.

Задача XXX.

Фиг. 92. §. 252. Около даннаго круга начертить треугольникъ KMB, котораго бы углы порознь были равны угламъ даннаго треугольника ABC, то есть, чтобъ былъ $\Delta KMB \backsim \Delta ABC$.

Рѣшеніе.

1. Въ данномъ кругѣ проведи полупоперешникъ AD, а даннаго треугольника ABC бокъ AC продолжи съ обѣихъ сторонъ по изволенію до I и G.

2. Сдѣлай $\angle EDF = \angle BCG$, $\angle EDH = \angle BAI$.

3. Проведши хорду EF чрезъ E, F, H, проведи касательныя линѣи KL, LM и MK, и произойдетъ желаемый треугольникъ. KML.

Доказательство.

Всѣ углы обоихъ треугольниковъ, вмѣстѣ взятые, равняются четыремъ прямымъ угламъ; но, поелику DE и DF суть перпендикулярныя къ касательнымъ линѣямъ, $\angle LEF + \angle FED = 90°$, такъ какъ $\angle LFE + \angle EFD$; слѣдовательно $\angle ELF + EDF = 180°$. Но $\angle$

EDF $= \angle$ BCG по положенію, и $\angle$ BCG $+ \angle$ BCA $= 180^{\circ}$; слѣдовательно $\angle$ ELF $= \angle$ BCA. Такимъ образомъ $\angle$ EKH $= \angle$ BAC, и по тому $\angle$ HMF $= \angle$ CBA; слѣдовательно Δ KLM $\backsim$ Δ ABC. ч. н. д.

ЗАДАЧА XXXI.

§. 253. Описать кругъ около данняго треугольника ABC. Фиг. 91.

РѢШЕНІЕ.

Данняго треугольника бока AB и AC раздѣли на двѣ равныя части (§. 163.), и гдѣ оныя взаимно пересѣкутся, на пр. въ точкѣ m, тамъ будетъ центръ круга, который описать требуется около данняго треугольника.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Представь, что треугольникъ ужѐ написанъ въ кругѣ, то всѣ бока его будутъ какъ хорды (§. 37); линѣижъ перпендикулярныя, раздѣляющія хорды на двѣ равныя части, проходятъ чрезъ центръ (§. 187.). Слѣдовательно, гдѣ двѣ такія линѣи взаимно пересѣкаются, тамъ будетъ центръ желаемаго круга. ч. н. д.

ЗАДАЧА XXXII.

§. 254 Начертить въ кругѣ равносторонный треугольникъ. Фиг. 93.

РѢШЕНІЕ.

1. Въ данномъ кругѣ проведи поперешникъ DC и изъ точки D полупоперешникомъ

комЪ DE начерти дугу AEB.

2. ПотомЪ проведи линѣи AB, AC и BC, и произойдетЪ желаемый треугольникЪ ABC.

ЗАДАЧА XXXIII.

§. 255. Раздѣлить дугу круга на такое равныхЪ частей число, которое бы дѣлимо было на 2 и на его возвышенія 4. 8. 16,
Фиг. 32 и проч.
94. РѢШЕНІЕ.

ПоложимЪ, что требуется раздѣлить четверть круга ABC на шестьнатцать равныхЪ частей, то

1. ИзЪ точекЪ A и C описавЪ одинакимЪ раствореніемЪ циркула двѣ дугѝ, взаимно пересѣкающіяся вЪ точкѣ D, проведи кЪ оной прямую линѣю BD, которая раздѣлитЪ дугу AC на двѣ равныя части вЪ точкѣ E.

2. РавнымЪ образомЪ дугу EC вЪ точкѣ F, дугу FC вЪ точкѣ G и дугу GC вЪ точкѣ H раздѣли на двѣ равныя части; такимЪ образомЪ дуга HC будетЪ шестьнатцатая доля вЪ разсужденіи всей дугѝ AC.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 256. ТакимЪ же образомЪ дѣлится дуга круга на безконечное число равныхЪ частей, то есть, сперва должно раздѣлить цѣлое на два, а потомЪ части его одну послѣ другой также на два.

ТЕ-

ТЕОРЕМА XXV.

§. 257. Уголъ при центрѣ BCD есть вдвое больше угла при окружности BAD, когда бока обоихъ угловъ состоятъ на одной и той же дугѣ окружности.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Случай 1. Когда одинъ бокъ угла при окружности проходитъ чрезъ центръ, а другїй внѣ центра; то Фиг. 12.

Поелику въ равнобедренномъ треугольникѣ ACD (§. 67.) углы при основанїи A и D равны между собою (§. 186.) и внѣшнїй уголъ DCB = A † D (§. 204.): то будетъ ∠ DCB = 2 ∠ DAB (§. 31. Ариѳ.).

Случай 2. Когда оба бока угла при окружности будутъ находиться внѣ центра такъ, что одинъ бокъ онаго съ одной, а другїй съ другой стороны центра будетъ состоять: то Фиг. 95.

Изъ верьха угла при окружности проведши чрезъ центръ линѣю ACE, будетъ x = 2 n и y = 2 r по первому случаю; слѣдовательно x † y = 2 n † 2 r (§. 35. Ариѳ.), то есть ∠ DCB = 2 ∠ DAB.

Случай 3. Когда оба бока угла при окружности съ одной стороны центра будутъ находиться, то Фиг. 96.

Изъ верьха угла при окружности проведши также чрезъ центръ линѣю ACE, будетъ y † x = 2 r † 2 n по первому случаю;

но $x = 2n$ по томужъ случаю; слѣдовательно $y = 2r$, то есть ∠ DCB = 2 ∠ DAB. ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

Фиг. 97. §. 258. Углы при окружности A и B, которыхъ бока состоятъ на той же дугѣ, или на равныхъ, суть равны между собою; поелику оные суть половинные равныхъ
Фиг. 99 угловъ при центрѣ На противъ того углы при окружности состоящіе на не равныхъ дугахъ, суть не равны между собою, и большимъ угломъ почитается тотъ, который противополагается большей дугѣ, а меньшимъ, котораго бока стоятъ на меньшей дугѣ. На пр. B ∠ A, по тому что дуга EF ∠ дуги CD.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 259. И такъ мѣра угла при окружности есть половинная дуга той окружности, на которой бока его состоятъ.

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

Фиг. 98. §. 260. Почему уголъ въ полукружіи состоящій BAC, то есть, котораго бока состоятъ на поперешникѣ круга, есть прямый (§. 50.). И начертивъ полкруга, много прямыхъ угловъ въ ономъ удобно означено быть можетъ. Также по углу означенному въ полукружіи, и какъ прямому, свидѣтельствуется исправность наугольника (§. 104.).

При-

ПРИБАВЛЕНІЕ 4.

§. 261. Слѣдовательно уголъ при окружности, котораго бока стоятъ на большей дугѣ, нежели полкруга, есть тупый, а который на меньшей дугѣ, нежели полкруга, тотъ почитается острымъ (§. 50.)

ПРИБАВЛЕНІЕ 5.

§. 262. Изъ чего явствуетъ также и сїе, что всѣ углы равны между собою, сколько оныхъ ни будетъ означено въ одномъ кругѣ и стоять на меньшей дугѣ, нежели полкруга. Положимъ на пр. что означены углы ACB, ADB и AEB, которыхъ бока стоятъ на одной и меньшей, нежели полкруга, дугѣ AB: то изъ центра F проведши линѣи AF и BF, будетъ ∠ AFB = 2 ∠ ACB = 2 ∠ ADB = 2 ∠ AEB (§. 257.). Почему ∠ ACB = ∠ ADB = ∠ AEB. Фиг. 100.

ТЕОРЕМА XXVI.

§. 263. Уголъ ABC, коего верьхъ находится между центромъ и окружностїю круга, имѣетъ мѣрою половинную дугу AC, на которой стоятъ бока его, вмѣстѣ съ половинноюжъ дугою DE, на которой стоятъ бокажъ изъ верьха продолженные. Фиг. 101.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Продолжи AB до E, CB до D и проведи линѣю EF параллельную съ DC: то будетъ угла AEF мѣра половинная часть дугъ AC † CF (§. 259.). Но какъ CF =

DE (§. 241.): то угла AEF будетъ мѣрою половинная дуга AC вмѣстѣ съ половинною дугою DE (§. 31. Ариѳ.). А какъ ∠ ABC = ∠ AEF (§. 191.): то и угла ABC мѣрою будетъ половинная дуга AC вмѣстѣ съ половинною дугою DE (§. 31. Ариѳ.). ч. н. д.

ТЕОРЕМА XXVII.

Фиг. 102. §. 264. Уголъ ABC, коего верьхъ находится внѣ окружности круга, и бока̀ его пересѣкаютъ окружность въ точкахъ D и E, имѣетъ мѣрою половинную дугу AC безъ половинной дуги̇ DE.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Проведши линѣю DF параллельную съ BC, будетъ угла ADF мѣрою половинная дуга, AF (§. 259.), или половинная дуга AC безъ половинной дуги̇ FC = DE (§. 241.) Но какъ ∠ ABC = ∠ ADF (§. 191.): то ∠ ABC мѣрою будетъ половинная дуга AC безъ половинной дуги̇ DE (§. 31. Ариѳ.). ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНIЕ.

§. 265. Изъ всего вышеписаннаго слѣдуетъ, что уголъ при окружности ADC, составленный изъ хорды DC и прямой линѣи AD, которая будучи продолжена, прорѣзываетъ кругъ, имѣетъ мѣрою половин-
Фиг. 103. ную дугу противоположенную хордѣ DC вмѣстѣ съ половинною дугою противолежащею хордѣ BD. Поелику линѣя ADB есть

есть прямая, такъ какъ и линѣя DC: то углы BDC†ADC = 180° (§. 133.): и слѣдовательно имѣютъ мѣрою половину всей окружности круга (§. 38.). Но какъ ∠BDC имѣетъ мѣрою половинную дугу BC (§. 259.): то ∠ADC будетъ имѣть мѣрою половинную дугу DC вмѣстѣ съ половинною дугою BD.

ЗАДАЧА XXXIV.

§. 266. Возставить перпендикулярную AD въ концѣ A другой линѣи AB. Фиг. 104.

РѢШЕНІЕ.

1. По верьхъ данной линѣи возьми въ какомъ нибудь по изволенію мѣстѣ центръ C и изъ онаго чрезъ крайнюю точку A опиши кругъ.

2. Изъ другой же точки B, чрезъ которую окружность круга проходитъ, проведи чрезъ центръ прямую линѣю, то есть поперещникъ BCD, и изъ D къ A опущенная прямая линѣя DA будетъ желаемый перпендикулъ. Ибо ∠DAB есть прямый (§. 260.), какой съ обѣихъ сторонъ и составляетъ перпендикулярная линѣя (§. 49.).

Или

1. На данной линѣѣ AB сдѣлай равносторонный треугольникъ ACB (§. 172.). Фиг. 105.

2. Бокъ того треугольника BC продолживъ до D такъ, чтобъ было DC = CB, изъ D проведи линѣю DA, которая будетъ

также желаемый перпендикулъ, возставленный въ точкѣ A.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Поелику △ ACB есть равносторонный по положенiю: то каждый въономъ уголъ будетъ по 60° (§. 200.), то есть ∠ CAB = 60°. Но какъ ∠ BCA = ∠ CDA + ∠ DAC (§. 204.) и ∠ CDA = ∠ DAC (§. 186.): то каждый изъ нихъ будетъ имѣть по 30°; то есть, ∠ CDA = 30° и ∠ DAC = 30°, слѣдовательно ∠ BAC = 60° + ∠ CAD = 30° = ∠ BAD = 90°. То есть DA есть перпендикулярна къ AB (§. 49.). ч. н. д.

ЗАДАЧА XXXV.

Фиг. 106. §. 267. Найти среднюю пропорцiональную линѣю между двумя данными прямыми линѣями.

РѢШЕНIЕ.

1. Данныя прямыя линѣи AB и BC соединивъ въ одну прямую линѣю, на составленной изъ оныхъ линѣѣ ABC опиши полкруга.

2. Потомъ изъ соединенiя точки B возставь перпендикулярную линѣю BD (§. 160.), которая будетъ желаемая средняя пропорцiональная линѣя.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Треугольники ADC, ABD и BDC суть равноугольные и подобные между собою (§. 210.), поелику ∠ r = ∠ ADC (§. 49. и 260.)

260.) и углы 5 и o суть общїе какъ большому треугольнику ADC, такъ и двумъ меньшимъ треугольникамъ ABD и BDC. Изъ чего явствуетъ, что всѣ углы во всѣхъ треугольникахъ суть равны между собою (§. 203.); слѣдовательно будетъ имѣть мѣсто здѣсь слѣдующая пропорцїя AB: BD = BD: BC. И по тому BD есть средняя пропорцїональная линѣя между двумя данными линѣями AB и BC (§. 136. Ариѳ.). ч. н. с. и д.

ПРИБАВЛЕНIЕ 1.

§. 268. Слѣдовательно всѣ линѣи отъ точекъ окружности перпендикулярно проведенныя на поперешникъ, суть среднїя между отрѣзками поперешника, и когда AB: BD = BD: BC, то изъ данной, такъ бы сказать, стрѣлы AB и половинной хорды BD находится весь поперешникъ (§. 175. Ариѳ.) На пр. AB = 80, BD = 300: то будетъ BC = 1125 и по тому AB + BC = AC = 1205.

ПРИБАВЛЕНIЕ 2.

§. 269. И поелику △ADC есть прямоугольный: то явствуетъ, что перпендикулярная линѣя, которая изъ верьха прямаго угла опускается на ипотенузу, раздѣляетъ тотъ треугольникъ на два другїе прямоугольные между собою и цѣлому порознь подобные треугольники.

ТЕОРЕМА XXVIII.

§. 270. Равныя дуги AGB, и BFC тогожъ
Фиг. 107. и одного круга противополагаются равнымъ хордамъ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Проведши подъ тѣми двумя дугами хорды AB и BC и къ центру D прямыя линѣи AD, BD и CD, произойдетъ Δ ADB = Δ BDC, поелику въ оныхъ x = y (§. 86.), AD = BD и BD = CD (§. 79.); слѣдовательно AB = BC (§. 151.). ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 271. Естьлижъ дуги суть не равныя, то и хорды тѣмъ дугамъ противоположенныя будутъ не равныя, то есть, большая хорда большей дугѣ, а меньшая меньшей дугѣ противополагается.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 272. И поелику извѣстно, что всякій
Фиг. 108. треугольникъ можетъ написанъ быть въ кругѣ (§. 251.). Положимъ, что сіе ужè учинено: то всѣ углы того треугольника, какъ при окружности находящіеся, будутъ половинные въ разсужденіи угловъ при центрѣ состоящихъ и противополагающихся тѣмъже дугамъ (§. 257.). Почему меньшій треугольника уголъ C противополагается меньшей дугѣ AEB, большій же уголъ A большей дугѣ BFC. Но какъ большій бокъ большей дуги, и меньшій меньшей

шей дуги есть хорда: то слѣдуетъ, что въ треугольникѣ большій уголъ большому боку, а меньшій уголъ меньшему боку противополагается.

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 273. Изъ выше предложеннаго прибавленія (§. 271.) явствуетъ также и сіе, что въ двухъ треугольникахъ всѣ углы будутъ равны между собою, ежели они будутъ имѣть всѣ три бока равные, о чемъ и выше сего уже упомянуто (§. 153.). Ибо около обоихъ такихъ треугольниковъ во особливости описавъ круги (§. 252.) бока ихъ, какъ хорды, будутъ соотвѣтствовать равномѣрнымъ дугамъ, то есть, равнымъ угламъ (§. 269.).

ТЕОРЕМА XXIX.

§. 274. Поперешникъ круга есть изъ всѣхъ хордъ, какія въ томъ же кругѣ могутъ проведены быть, самая большая хорда. Фиг. 109.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Сколь близко подлѣ поперешника АВ ни проведешь хорду DE; однако всегда она будетъ меньше поперешника. Ибо проведши полупоперешники DC и EC, въ происшедшемъ отъ того треугольникѣ DCE будетъ бокъ DE ∠ DC † CE (§. 180.). Но поелику DC † CE = AB (§. 79.): то будетъ DE ∠ AB. (§. 31. Ариѳ.). ч. н. д.

ТЕОРЕМА XXX.

Фиг. 110. §. 275. Ежели въ кругѣ будутъ проведены двѣ хорды, взаимно пересѣкающіяся не въ центрѣ онаго; то ∠ AEB † ∠ CED будетъ мѣрою сумма двухъ дугъ AFB † CGD, на которыхъ бока тѣхъ угловъ стоятъ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Точки A и C, также B и D соединивъ линѣями AC и BD, будетъ ∠ CED = ∠ CBD † ∠ ADB (§. 204.) Но ∠ CBD имѣетъ мѣрою $\frac{1}{2}$ CGD, а ∠ ADB измѣряется $\frac{1}{2}$ AFB (§. 259.); слѣдовательно и ∠ CED будетъ имѣть мѣрою $\frac{1}{2}$ CGD † $\frac{1}{2}$ AFB. ч. н. д.

ЗАДАЧА XXXVI.

§. 276. Найти окружность круга, когда данъ будетъ поперешникъ его; и обратно сыскать поперешникъ круга, знавъ окружность его.

РѢШЕНІЕ.

Когда поперешникъ круга къ окружности его содержится

По Архимед. какъ 7 : 22
По Цейлен. — 100 : 314
По Мецiев. — 113 : 355 :

То знавъ поперешникъ даннаго круга, по тройному правилу найти можно будетъ и окружность (§. 349 Арив.). Положимъ, что данъ поперешникъ = 256″, окружность такого круга будетъ

$7 : 22 = 256 : 804\frac{4}{7}$
$100 : 314 = 256 : 803\frac{21}{25}$ } окружность
$113 : 355 = 256 : 804\frac{28}{113}$

Для сысканіяжъ поперешника употребляется слѣдующая пропорція:

$22 : 7 = 804\frac{4}{7} : 256$ поперешникъ.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 277. Поелику такое содержаніе служитъ и для другихъ всякихъ круговъ: то явствуетъ изъ сего 1.) окружности круговъ содержатся между собою такъ, какъ ихъ поперешники, или полупоперешники. 2.) Знавъ всю окружность круга, частицами прямолинѣйной мѣры опредѣленную (§. 275.), всякую ея долю, то есть, дугу въ градусахъ извѣстную подобнымъ же образомъ можно опредѣлить чрезъ тройное пра́вило.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 278. О точнѣйшемъ содержаніи поперешника къ окружности въ Тригонометріи на своемъ мѣстѣ пространнѣе упомянуто будетъ.

КОНЕЦЪ ПЕРВОЙ ЧАСТИ.

ЧАСТЬ ВТОРАЯ.

ЭПИПЕДОМЕТРІЯ,

или

ПЛАНИМЕТРІЯ.

ГЛАВА ПЯТАЯ.

О

СВОЙСТВѢ И НАЧЕРТАНІИ ПОВЕРЬХНОСТЕЙ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXI.

§. 279.

Поперьхность (Superficies), или *плоскость* (Planum), какъ ужѐ выше сего сказано (§. 29.) есть величина, имѣющая протяженіе въ длину и ширину, безъ всякой толщины, ограниченная линѣями.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXII.

§. 280. Четверобочныя поверьхности, въ которыхъ будутъ каждые два противоположенные бока параллельны и равны между собою, называются *Параллелограммами* (Parallelogramma).

При-

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 281. Слѣдовательно квадратъ, продолговатый прямоугольный четвероугольникъ, ромбъ и ромбоидъ, поелику въ нихъ противоположенные бока параллельны и равны между собою (§. 68.), суть параллелограммы (§. 280.).

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXIII.

§. 282. *Угломъ при центрѣ* (angulus centri) въ многоугольныхъ фигурахъ почитается тотъ уголъ, который замыкается между двумя полупоперешниками, проведенными къ центру изъ крайнихъ точекъ котораго нибудь бока многоугольника, на пр. EDF, или EDB; *угломъ же многоугольника* (angulus Polygoni) почитается тотъ уголъ, который замыкается между боками многоугольника, при окружности находящимися, на пр. BAC, или BEF. Фиг. 111.

ЗАДАЧА XXXVII.

§. 283. Начертить квадратъ на данной прямой линѣѣ AB. Фиг. 112.

РѢШЕНІЕ.

1. Изъ A на данной линѣѣ AB возставь перпендикулярную линѣю AC=AB (§ 160.).

2. Потомъ изъ B и C раствореніемъ циркула равнымъ линѣѣ AB начерти дуги, взаимно пересѣкающіяся въ D.

3. На конецъ проведи прямыя линѣи CD и DB, и произойдетъ желаемой квадратъ ABCD.

До-

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

По проведенiи дiагональной линѣи AD, произойдутъ два треугольника ABD и ACD, въ которыхъ будетъ AB = AC по самому рѣшенiю, CD = BD (§. 79.), AD = AD (§. 30. Аривм.); слѣдовательно ∠ BAD = ∠ CDA и ∠ ADB = ∠ DAC (§. 191.) и потому AB съ CD, а AC съ BD параллельны (§. 193.). Притомъ ∠ CAB есть прямой (§. 49.), то будутъ и углы ACD, CDB и DBA также прямые (§. 192.); того ради ABCD есть квадратъ (§. 68.) ч. н. д.

ЗАДАЧА XXXVIII.

Фиг. 113. §. 284. Начертить продолговатый прямоугольный четвероугольникъ, когда будутъ даны бока AB и AC.

РѢШЕНIЕ.

1. На одномъ изъ данныхъ бокѣ AB изъ A возставь перпендикулярную линѣю AC (§. 160.), равную другому данному боку AC.

2. Потомъ изъ C растворенiемъ циркула равнымъ AB, а изъ B, равнымъ AC начерти дуги, взаимно пересѣкающiяся въ D.

3. На конецъ проведи прямыя линѣи CD и DB, и произойдетъ желаемый ромбъ ABCD.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

По проведенiи дiагональной линѣи CB, произойдутъ два треугольника CAB и CDB, въ

въ которыхъ будетъ AB=CD и AC=BD по самому рѣшенію, такожъ CB=CB (§. 30. Ариѳ.), слѣдовательно ∠CBA=∠BCD и ∠BCA=∠CBD (§. 191.), и по тому AB съ CD, а AC съ BD параллельны (§. 193.). Притомъ ∠BAC есть прямой (§. 49.), то будутъ и углы ACD, CDB и DBA также прямые (§. 192.); того ради ABCD есть продолговатый прямоугольный четвероугольникъ (§. 68.). ч. н. д.

ЗАДАЧА XXXIX.

§. 285. Начертить ромбъ, когда будетъ дана линѣя AB и уголъ EFG. Фиг. 114.

РѢШЕНІЕ.

1. На данной линѣѣ AB въ A означь уголъ равный данному EFG (§. 168.) и проведи линѣю AC=AB.

2. Потомъ изъ B и C раствореніемъ циркула, равнымъ данной же линѣѣ AB, начерти дуги, взаимно пересѣкающіяся въ D.

3. На конецъ проведи линѣи CD и DB, и произойдетъ желаемый ромбъ ABCD. (§. 68.).

ЗАДАЧА XL.

§. 286. Начертить ромбоидъ, когда будутъ даны бока AB и AC и уголъ GEF. Фиг. 115.

РѢШЕНІЕ.

1. На одномъ изъ данныхъ бокѣ AB въ A означь уголъ, равный данному углу GEF (§. 168.) и проведи линѣю AC=AC.

2.

2. Потомъ изъ B раствореніемъ циркула, равнымъ AC, а изъ C, равнымъ AB начерти дуги, взаимно пересѣкающіяся въ D.

3. На конецъ проведи прямыя линѣи CD и BD, и произойдетъ желаемый ромбоидъ ABCD (§. 68.).

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 287. Рѣшеніе послѣднихъ двухъ задачь доказывается такимъ же образомъ, какъ и предыдущихъ двухъ. (§. 283. и 284.)

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 288. Всякая четвероугольная фигура не всегда означается четырьмя буквами, но
Фиг для краткости большею частію и обыкно-
113. венно означается двумя съ угла на уголъ
и
114. находящимися. На пр. AD, или CB.

ТЕОРЕМА XXXI.

§. 289. Всякой параллелограммъ діагональ-
Фиг. ною линѣею раздѣляется на два равные
116. треугольника.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Когда ON = PQ, OP = NQ (§. 280.) и NP = NP (§. 30. Ариѳ.); то будетъ Δ NOP = Δ NQP (§. 153.). ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 290. Почему всякой плоской треугольникъ можетъ и долженъ почитаться за половину того параллелограмма, съ которымъ онъ будетъ имѣть одно основаніе и одну высоту.

ТЕ-

ТЕОРЕМА XXXII.

§. 291. Во всякой четвеpосторонной фигурѣ всѣ четыре угла, вмѣстѣ взятые, равняются четыремъ прямымъ угламъ, или 360°. Фиг. 116.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Діагональнья линѣя NP раздѣляетъ четверосторонную фигуру NOPQ на два равные треугольника NOP и NQP (§. 289.); и какъ во всякомъ треугольникѣ три угла, вмѣстѣ взятые, равняются двумъ прямымъ угламъ, или составляютъ 180° (§. 197.): то въ двухъ треугольникахъ шесть угловъ, вмѣстѣ взятые, будутъ равняться четыремъ прямымъ угламъ, или будутъ составлять 360°. ч. н. д.

ТЕОРЕМА XXXIII.

§. 291. Во всякой четверобочной фигурѣ, ежели противоположенные бока ON и PQ, такожъ OP и NQ суть равные: то оные будутъ и параллельны между собою. Фиг. 116.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Діагональная линѣя NP раздѣляетъ четверобочную фигуру NOPQ на два равные треугольника NOP и NQP (§. 289.): то будетъ ON = PQ, OP = NQ и NP = NP; слѣдовательно будетъ o = x = m = n и u = y (§. 153.); а когда o = x = и m = n (§. 191): то будетъ ON съ PQ, а OP съ NQ параллельны (§. 193.). ч. н. д.

ТЕОРЕМА XXXIV.

Фиг. 117. §. 292. Ежели въ параллелограмѣ AHGI чрезъ точку D діагональной линѣи IH, въономъ проведенной, будутъ означены двѣ линѣи BF и CE параллельныя съ боками GH и AH того параллелограмма: то изъ того произойдутъ четыре параллелограмма, изъ коихъ два ABCD и DEFG, чрезъ которые не проходитъ діагональная линѣя, суть равны между собою.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

$\triangle HIA = \triangle CID + \triangle BDH + ABCD$
$\triangle HIG = \triangle DIF + \triangle HDE + DEFG$ } (§. 34. Ариѳ.)

Но какъ $\triangle HIA = \triangle HIG$
$\triangle CID = \triangle DIF$ } (§. 289.)
$\triangle BDH = \triangle HDE$

То $\triangle HIA - \triangle CID - \triangle BDH = ABCD$

а $\triangle HIG - \triangle DIF - \triangle HDE = DEFG$

То есть $ABCD = DEFG$ (§ 36. Ариѳ.). ч. н. д.

ТЕОРЕМА XXXV.

Фиг. 118. §. 293. Ежели въ четвеpосторонной фигурѣ, написанной въ кругѣ, будутъ проведены двѣ діагональныя линѣи; то плоскость, происшедшая изъ умноженія тѣхъ діагональныхъ линѣй между собою равняется суммѣ плоскостей, происшедшихъ изъ умноженія двухъ каждыхъ противоположенныхъ боковъ между собою.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Положимъ, что въ кругѣ написана четвеpосторонная фигура ABCD и въ оной

про-

проведены двѣ діагональныя линѣи AB и CD: то будетъ $AB \times CD = AC \times BD \times BC \times AD$. Ибо по проведеніи линѣи AE такъ, чтобъ сдѣлался $\angle DAE = \angle BAC$, и поелику $\angle ACE = \angle ABD$ (§. 262.), также $\angle CAE = \angle BAD$, по тому что они составлены изъ равныхъ угловъ DAE и BAC и общаго BAE, или FAE: то будетъ $\Delta ACE = \backsim \Delta ABD$ (§. 205.), и по тому служитъ здѣсь слѣдующая пропорція:

$$AC : CE = AB : BD$$

Или $AB \times CE = AC \times BD$ (§. 135. Ариѳ.)

Притомъ $\angle ABC = \angle ADE = \angle ADC$ (§. 262.), такожъ $\angle BAC = \angle DAE$ по самому рѣшенію: то будетъ $\Delta ACB \backsim \Delta AED$ (§. 205.), и по тому служитъ здѣсь слѣдующая пропорція:

$$BC : AB = ED : AD$$

Или $AB \times ED = BC \times AD$ (§. 135. Ариѳ.).

Итакъ $AB \times CE + ED = AC \times BD + BC \times AD$

Или $AB \times CD = AC \times BD + BC \times AD$. ч. н. д.

ТЕОРЕМА XXXVI.

§. 294. Когда окружность круга раздѣ- Фиг.
лится на сколько нибудь равныхъ частей, 111.
и подъ оными частями проведутся хорды: то изъ того произойдетъ правильная фигура, имѣющая столько боковъ, на сколько частей будетъ раздѣлена окружность круга.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Когда дуги AB, BE, EF и проч. равны по положенію: то и хорды подъ тѣми дугами проведеныя будутъ также равны между собою (§. 270.); углыжъ ABE, BEF, EFG и проч. состоящіе на равныхъ дугахъ, суть равны между собою (§. 86.); слѣдовательно фигура ABEFGC есть правильная (§. 70.). ч. н. д.

ЗАДАЧА XLI.

Фиг. III. §. 295. Начертить правильный шестіугольникъ, когда будетъ данъ бокъ его.

РѢШЕНІЕ.

1. Даннымъ бокомъ шестіугольника, такъ какъ полупоперешникомъ, начерти кругъ.

2. На окружности онаго означь шесть разъ полупоперешникъ, равный данному боку.

3. Потомъ точки раздѣленія, на окружности означенныя, соедини прямыми линѣями, и произойдетъ желаемый шестіугольникъ ABEFGC.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Естьли изъ центра D къ которому нибудь углу многоугольника проведешь полупоперешники, на пр. DF и DE: то произойдетъ равносторонный треугольникъ DEF, въ которомъ ∠EDF = 60° (§. 200.). Но 60° есть шестая часть изъ всей окружно-

жности круга, или 360°; слѣдовательно дуга противоположенная ∠EDF есть шестая часть окружности и хорда той дугѣ противоположенная EF изображаетъ бокъ пра́вильнаго шестіугольника. ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 296. Когда знаешь, какъ начертить шестіугольникъ: то можешь начертить двенатцатіугольникъ, двадцатичетыреугольникъ и всякой другой пра́вильной многоугольникъ, который будетъ происходить изъ непрерывнаго продолженія сѣченія дугъ шестіугольника на двѣ равныя части; въ особливостижъ для начертанія пра́вильнаго шестіугольника потребно только во первыхъ начертить равносторонный треугольникъ: то верьхъ онаго будетъ центръ круга, изъ котораго когда начертишь кругъ, и на окружность онаго перенесешь шесть разъ полупоперешникъ, начертится желаемый шестіугольникъ. Изъ чего явствуетъ также и сіе, что бокъ шестіугольника пра́вильнаго равенъ полупоперешнику круга, около его описаннаго.

ЗАДАЧА XLII.

§. 297. Начертить всякой пра́вильной многоугольникъ, когда будетъ данъ поперешникъ круга, въ которомъ должно состоять тому многоугольнику. Фиг. 119.

РѢШЕНІЕ.

1. Начертивъ даннымъ полупоперешникомъ АС окружность круга, раздѣли оную прямыми перпендикулярными линѣями, взаимно пересѣкающимися въ центрѣ, на четыре равныя части.

2. Которую нибудь четвертую часть окружности раздѣли на столько равныхъ частей, сколько боковъ долженъ имѣть желаемый многоугольникъ, то есть, для пятіугольника на пять, для шестіугольника на шесть, для семіугольника на семь, и такъ далѣе, равныхъ частей должно дѣлить четвертую часть окружности.

3. Изъ оныхъ частей взятыя четыре части составятъ дугу, подъ которою проведенная хорда будетъ бокъ желаемаго многоугольника.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Когда четвертую часть окружности раздѣляешь на столько равныхъ частей, сколько боковъ долженъ имѣть многоульникъ, то сіи части, вчетверо взятыя, означатъ число всѣхъ подобныхъ частей для всей окружности. Но какъ изъ умноженія и дѣленія простыхъ чиселъ явствуетъ, что по раздѣленіи произведенія на множетеля происходитъ множимое число, а по раздѣленіи тогожъ произведенія на множимое число происходитъ множитель (§. 68. Ариѳ.)

Ариѳ.); того ради по раздѣленіи числа всѣхъ частей окружности на четыре, произойдетъ число частей для одной четвертой части той окружности, которое, какъ уже сказано, равно числу боковъ многоугольника; слѣдовательно проведенная хорда подъ такими четырьмя частьми есть искомый бокъ многоугольника. ч. и. д.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 298 Карлъ Реналдинъ кн. 2. стран. 367. и слѣд. о *рѣшен.* и *состав. Матем.* для начерченія многоугольныхъ правильныхъ фигуръ хотя и похваляетъ слѣдующее правило;

1. Поперешникъ круга раздѣли на столько равныхъ частей, сколько боковъ должна имѣть многоугольная фигура. Фиг. 120.

2. На поперешникѣ, такимъ образомъ раздѣленномъ, начерти равносторонный △ ABC (§. 172.).

3. Изъ верьху онаго C чрезъ вторую раздѣленія точку D, то есть, чтобъ BD составляло двѣ части изъ тѣхъ, на какія весь поперешникъ раздѣленъ, проведи до самой окружности въ точку E прямую линѣю CE и потомъ хорду EB, которая, по мнѣнію Реналдинову, будетъ бокъ желаемой многоугольной фигуры.

Однако какъ раздѣленіе поперешника на части дѣлается механическимъ образомъ,

 пра-

практика и доказательство показываютъ, что сей Ренальдиновъ способъ для начерченія многоугольныхъ фигуръ не можетъ почесться Геометрическимъ, и принятъ за всеобщій.

ЗАДАЧА XLIII.

§. 299. Найти величину угла во всякомъ правильномъ многоугольникѣ.

РѢШЕНІЕ.

Фиг. 121. 1. Число градусовъ всей окружности, то есть 360°, раздѣли на число боковъ.

2. Происшедшее изъ того частное число вычти изъ 180°, остатокъ будетъ показывать величину угла правильнаго многоугольника.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Чрезъ раздѣленіе 360° на число боковъ находится дуга BC и ей противоположенный уголъ при центрѣ A, число градусовъ котораго когда вычтешь изъ 180°, останется въ треугольникѣ ABC сумма двухъ угловъ, при основаніи находящихся $x + y$ (§. 199.). Но какъ $\Delta ABC = \Delta ACD$ (§. 153.); то будетъ $y = n$; слѣдовательно $x + y = y + n$ (§. 31. Ариѳ.), то есть $y + n$ составляетъ многоугольника уголъ BCD. ч. н. д.

Положимъ, что требуется найти уголъ правильнаго пятіугольника: то въ силу рѣшенія и доказательства, когда раздѣ-

дѣлишь 360° на пять, произойдутъ 72°, составляющія количество угла при центрѣ, по вычитаніи которыхъ изъ 180°, останутся 108° для угла пятіугольника. Такимъ же образомъ и слѣдующія величины угловъ при центрѣ и многоугольника сыскивать.

Многоугол.	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
уголъ прицен.	72	60	$53\frac{3}{7}$	45	40	36	32_{11}	30
уголъ многоу.	108	120	$128\frac{1}{7}$	130	145	144	$147\frac{3}{11}$	150

ЗАДАЧА XLIV.

§. 300. Начертить пра́вильный многоугольникъ, когда будетъ данъ бокъ его.

РѢШЕНІЕ.

1. Въ крайнихъ точкахъ B и C данаго бо́ка BC означь половинное число градусовъ желаемаго многоульника (§. 299) Фиг. 121.

2. Проведи прямыя линѣи AB и AC, и такимъ образомъ на данномъ бокѣ BC, такъ какъ на основаніи, начертится равнобедренный △ABC (§. 67.)

3. Наконецъ изъ верьху A начерченнаго равнобедреннаго треугольника, такъ какъ изъ центра, полупоперешникомъ AB, или AC начерти кругъ и на окружность онаго перенеси столько разъ, сколько потребно, данный многоугольника бокъ BC; такимъ образомъ произойдетъ желаемый пра́вильный многоугольникъ.

Или

1. ВЪ крайней точкѢ на пр. В даннаго бо́ка означивЪ цѢлое число градусовЪ желаемаго многоугольника, проведи прямую линѣю BF = BC.

2. ПотомЪ вЪ другой крайней точкѢ C даннагожЪ бо́ка означивЪ цѢлоежЪ число градусовЪ желаемаго многоугольника, проведи также прямую линѢю CD = BC.

3. НаконецЪ изЪ крайнихЪ точекЪ F и D раствореніемЪ циркула, равнымЪ данномужЪ боку BC, начерти дуги, пересѢкающіяся вЪ точкѢ E, кЪ которой когда проведешь прямыя линѢи FE и DE, произойдетЪ желаемый многоугольникЪ, на пр. пятіугольникЪ BCDEF.

ЗАДАЧА XLV.

§. 301. Начертить кругЪ около даннаго пра́вильнаго многоугольника, на пр. около пятіугольника BCDEF.

РѢШЕНІЕ.

Фиг. 121. РаздѢли которые нибудь, другЪ подлѢ друга находящіеся, углы многоугольника на пр. B и C, каждой пополамЪ и проведи линѢи BA и CA, которыя пересѢкутся взаимно между собою вЪ точкѢ A, и сія точка будетЪ центрЪ желаемаго круга; ибо изЪ оной полупоперешникомЪ AB, или AC точно начертится кругЪ около даннаго многоугольника (§. 300.).

ДО-

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Когда многоугольника углы B и C раздѣлены на двѣ равныя части, и каждой уголъ многоугольника вездѣ одинакой; (§. 68.): то $x = y$ и $AB = AC$; и такъ кругъ пройдетъ чрезъ точки C и B; по проведеніи жъ линѣи DA, въ происшедшихъ изъ того двухъ треугольникахъ BAC и CAD будетъ $y = n$, $BC = CD$, $AC = AC$; того ради сіи треугольники будутъ равны между собою (§. 151.); слѣдовательно и $AB = AD$. И такъ прежде начатой кругъ пройдетъ также и чрезъ точку D. Такимъ же образомъ доказывается, что $EA = AB$ и $FA = AB$; слѣдовательно кругъ пройдетъ чрезъ всѣ точки B, C, D, E, F даннаго пра́вильнаго многоугольника, то есть, около онаго начертится кругъ. ч. н. д.

ДРУГОЕ РѢШЕНІЕ.

Которые нибудь два бока́ даннаго пра́вильнаго многоугольника раздѣли перпендикулярными линѣями на двѣ равныя части (§. 164. и 253.), гдѣ сіи будучи проведены, взаимно пересѣкутся, тамъ будетъ центръ круга (§. 187.), которой должно начертить около даннаго многоугольника.

ЗАДАЧА XLVI.

§. 302. Начертить пра́вильный многоугольникъ въ данномъ кругѣ.

РѢШЕНІЕ.

Фиг. 121. 1. Раздѣли 360° на число боковъ желаемаго многоугольника, и будетъ извѣстно количество угла ВАС (§. 299.).

2. Найденное число градусовъ ∠ ВАС означь при центрѣ А (§. 168.).

3. Перенеси хорду ВС на окружность круга столько разъ, сколько потребно; такимъ образомъ въ данномъ кругѣ начертится желаемый правильный многоугольникъ. ч. н. с. и д.

ЗАДАЧА XLVII.

§. 303. Начертить правильный многоугольникъ около даннаго круга.

Фиг. 122. РѢШЕНІЕ.

1. Въ данномъ кругѣ начерти многоугольникъ подобный желаемому, на пр. пятіугольникъ ABCDE, ежели пятіугольникъ же abcde требуется начертить около круга (§. 302.).

2. Хорду AB раздѣливъ на двѣ равныя части въ точкѣ H, проведи прямую линѣю FH, которая соотвѣтствующую сей хордѣ дугу раздѣлитъ на двѣжъ равныя части въ точкѣ h.

3. Изъ крайнихъ точекъ A и B проведи полупоперешники FA и FB.

4. Чрезъ точку h, продолживъ полупоперешники FA и FB до a и b, означь линѣю ab, параллельную съ AB, которая будетъ

детъ бокъ описываемаго около круга многоугольника.

5. Продолжи полупоперешники FE, FD, FC до тѣхъ поръ, пока будетъ Fe = Fd = Fc = Fa, и точки a, e, d, c, b соедини прямыми линѣями ae, ed, dc, cb, и произойдетъ многоугольникъ, около даннаго круга описанный abcde.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Поелику ab параллельна cъ AB по положенію: то будетъ ∠ Fha = ∠ FHA (§. 189.); но какъ FH къ AB перпендикулярна по положенію: то ∠ FHA есть прямой (§. 49.); слѣдовательно и ∠ Fha есть также прямой: почему линѣя ab въ точкѣ h къ данному кругу имѣетъ прикосновеніе (§. 62). Также ∠ Fab = ∠ FAB (§. 189), то есть, половинныя части угла многоугольника описаннаго около круга и написаннаго въ ономъ равны между собою (§. 301.). Поелику жъ AB = AE по положенію, и FA = FE = FB (§. 79.): то будетъ ∠ bFa = ∠ aFe (§. 153.). Почему, когда Fa = Fe по положенію и ∠ Fab = ∠ Fba по доказанному и Fh къ обоимъ треугольникамъ Fah и Fhb общая и Fb = Fa (§. 152.), будетъ ae = ab и ∠ Fae = ∠ Fab (§. 151.); слѣдовательно ∠ a есть уголъ многоугольника. Равнымъ образомъ доказывается, что и углы e, d, c, b суть

углы

углы описываемаго около круга многоугольника и ed = dc, cb = ab. ч. н. д.

ЗАДАЧА XLVIII.

§. 304. Начертить кругъ въ правильномъ многоугольникѣ.

РѢШЕНІЕ.

Фиг. 123. Изъ точки F къ бокамъ многоугольника опусти перпендикулярныя линѣи Ff, Fg, Fh и проч. (§. 165.), или углы, при точкѣ F находящіеся, раздѣли пополамъ (§. 177.); то линѣи Ff, Fg, и Fh и проч. для угловъ f, g, h и проч. прямыхъ, такожь угловъ FBf, FBg, FCg, FCh, и проч. и линѣй FB, FC, FD и проч. равныхъ между собою, будутъ также равны; слѣдовательно изъ F по точкамъ f, g, h въ правильномъ многоугольникѣ начертится кругъ. ч. н. с. и д.

ЗАДАЧА XLIX.

§. 305. Найти сумму всѣхъ угловъ во всякомъ правильномъ многоульникѣ.

РѢШЕНІЕ.

Фиг. 121. 1. Умножь 180° на число боковъ многоугольника.

2. Изъ произведенія вычти 360°, остатокъ будетъ искомая сумма всѣхъ угловъ.

На пр. въ пятіугол.	180°	въ шестіугол.	180°
	5		6
	900		1080
	360		360
Сум. угл.	540	сум. угл.	720

до-

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Поелику пра́вильный многоугольникъ изъ взятой въ срединѣ онаго точки A раздѣляется на столько равныхъ треугольниковъ, сколько боковъ имѣетъ, и въ каждомъ треугольникѣ сумма всѣхъ угловъ состоитъ изъ 180° (§. 197.): то, естьли умножишь 180° на число боковъ многоугольника, произойдетъ сумма всѣхъ угловъ во всѣхъ треугольникахъ. Но какъ углы около точки A находящіеся, всѣ вмѣстѣ составляютъ 360° (§. 139.) и не принадлежатъ къ угламъ многоугольника: то по вычитаніи оныхъ изъ помянутаго найденнаго произведенія остатокъ будетъ сумма всѣхъ угловъ пра́вильнаго многоугольника. ч. н. д.

ДРУГОЕ РѢШЕНІЕ.

Поелику число треугольниковъ ABC, ACD, и ADE, на которые можетъ раздѣленъ быть многоугольникъ діагональными линѣями AC и AD, изъ точки A проведенными, всегда отъ числа боковъ на пр. AB, BC, CD, DE и AE разнствуетъ двумя, какъ самая практика показываетъ: то 180° умноживъ на число боковъ многоугольника, двумя уменьшенное, получишь въ произведеніи сумму всѣхъ угловъ даннаго многоугольника. ч. н. д. Фиг. 124.

На пр. вѣ пятіуг. 180° вѣ шестіуг. 180°

$5 - 2 = 3$ $6 - 2 = 4$

Сум. угл. 540 сум. угл. 720

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 306. Такаяжѣ сумма выходитѣ, естьли количество одного угла вѣ многоугольникѣ умножено будетѣ на число боковѣ онаго. На пр. пятіуг.

уголѣ $= 180^{\circ}$ шестіуг. уголѣ $= 120$

5 6

540 720.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 307. Чтобѣ не находить нарочно, сколь велика сумма всѣхѣ угловѣ во всякой правильной фигурѣ: то для сего пріобщается здѣсь слѣдующая таблица:

Число боковѣ	сумма всѣхѣ угл.	число боковѣ	сумма всѣхѣ угл.
III	180	VIII	1080
IV	360	XI	1260
V	540	X	1440
VI	720	XI	1620
VII	800	XII	1800

ТЕОРЕМА XXXVII.

Фиг. 125. §. 308. Во всякомѣ правильномѣ, или не правильномѣ многоугольникѣ сумма всѣхѣ внѣшнихѣ угловѣ, которые происходятѣ отѣ продолженія боковѣ многоугольника, всегда бываетѣ равна 360°.

До-

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Поелику данной многоугольникЪ имѢетЪ на пр. шесть боковЪ, и каждой вЪ ономЪ бокЪ продолженЪ; то изЪ того произойдетЪ столькоже угловЪ, то есть, шесть, на пр. m, n, o, p, q, r. Но какЪ $u + m = 180°$ (§. 133.): то сумма всѢхЪ внутреннихЪ и внѢшнихЪ угловЪ будетЪ $= 180°$ умноженнымЪ на число боковЪ многоугольника, то есть, $180 \times 6 = 1080$, суммажЪ всѢхЪ угловЪ вЪ многоугольникѢ $= 180 \times (6 - 2) = 720$, или $180 \times 6 = 1080 - 360 = 720$ (§. 305 и 306.). И такЪ когда изЪ суммы всѢхЪ внутреннихЪ и внѢшнихЪ угловЪ, то есть, изЪ 1080 вычтешь сумму всѢхЪ угловЪ многоугольника, то есть, 720, останется сумма 360° для внѢшнихЪ угловЪ. ч. н. д.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 309. По сему способу весьма удобно можно повѢрять углы на́ полѢ означенные, исправно ли оные вымѢряны, или нѢтЪ? ПоложимЪ, что вЪ данномЪ многоугольникѢ всѢ внутренніе углы, на пр. ABC, BCD, CDE и проч. вымѢряны: то надлежитЪ кЪ каждому такому внутреннему углу искать внѢшній его уголЪ, вычитая оной изЪ 180°; и ежели сумма всѢхЪ сихЪ внѢшнихЪ угловЪ составляетЪ 360°: то почитать, что углы исправно вымѢряны:

ежелижъ того нѣтъ, то почитать, что учинена нѣкоторая въ измѣреніи угловъ погрѣшность. Можетъ же и сіе случиться, что хотя и погрѣшность будетъ; однакожъ сумма исправно выходитъ, по тому что въ семъ случаѣ отмѣривается одинъ внутренній уголъ столь великъ, сколь малъ другой. Но поелику сіе весьма рѣдко случается: то на сію повѣрку можно надежно положиться. Впрочемъ гораздо исправнѣе можетъ учинена быть такая повѣрка, когда всѣ внѣшніе углы будутъ вымѣряны, и разсмотрится, составляетъ ли каждый внѣшній уголъ вмѣстѣ съ внутреннимъ, подлѣ его находящимся угломъ, 180°, или нѣтъ? Въ первомъ случаѣ должно почитать учиненное рѣшеніе исправнымъ, а во второмъ не исправнымъ.

ЗАДАЧА L.

§. 310. Начертить пра́вильный или не Фиг. 126. пра́вильный многоугольникъ, на пр. не пра́вильный шестіугольникъ, ABCDEF, когда будутъ даны бока̀ его, на пр. AB, BC, CD, DE, EF, и FA, и діагональныя линѣи AC, AD, AE.

РѢШЕНІЕ.

При изображеніи многоугольниковъ очевидно явствуетъ, что во всякомъ изъ нихъ всегда бываетъ діагональныхъ линѣй меньше двумя противъ числа̀ боковъ (§. 305.)

305.). И когда всѣ бока не правильнаго шестіугольника и всѣ діагональныя линѣи даны: то надлежитъ только одинъ треугольникъ на другомъ поставить, на пр. изъ данныхъ трехъ линѣй AB, BC и AC должно начертить Δ ABC (§. 181.), потомъ также изъ данныхъ трехъ линѣй AC, CD и AD надлежитъ на начерченномъ уже треугольникѣ также начертить Δ ACD (§. 170.) и такъ далѣе: то напослѣдокъ начертится желаемый не правильный шестіугольникъ. ч. н. с и д.

ЗАДАЧА LI.

§. 311. Начертить правильный или не правильный многоугольникъ, на пр. не правильный шестіугольникъ ABCDEF, когда даны всѣ бока его и всѣ углы. Фиг. 126.

РѢШЕНІЕ.

Поелику кромѣ боковъ также и всѣ углы даны: то все дѣло только въ томъ состоитъ, чтобъ на пр. изъ двухъ данныхъ боковъ AB, BC и изъ даннаго угла ABC начертить Δ ABC, такожъ изъ двухъ данныхъ боковъ BC, CD, и изъ даннаго ∠ BCD начертить треугольникъ BCD (§. 170.); и ежели далѣе такимъ же образомъ будетъ поступлено: то произойдетъ напослѣдокъ желаемый не правильный шестіугольникъ. ч. н. с и д.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 312. Не всегда за нужное почитается знать всѣ углы, но можно довольствоваться тремя углами меньше, нежели сколько боковъ имѣетъ многоугольная фигура; и ежели кто въ семъ хотя малое упражненіе возымѣетъ, тотъ въ скоромъ времени получитъ искусство въ томъ, сколько угловъ и боковъ потребно для начерченія такой или другой многоугольной фигуры, и что на пр. когда всѣ углы кромѣ одного извѣстны, тогда не бываетъ нужды въ двухъ бокахъ.

ТЕОРЕМА XXXVIII.

Фиг. 127. §. 313. Квадратъ, происшедшій изъ линѣи вдвое взятой AB, есть вчетверо больше того квадрата, которой происходитъ изъ одинакой линѣи AC.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Квадратъ AG = квадрату CI, по тому что BC = AC; такожъ квадратъ AG = квадрату HF, по тому что бокъ GH есть общій обоимъ квадратамъ, и на конецъ квадратъ AG = GD, по тому что квадратъ AD есть вчетверо больше, нежели квадратъ AG. ч. н. д.

ЗАДАЧА LII.

§. 314. Начертить квадратъ въ данномъ кругѣ.

РѢШЕНІЕ.

Фиг. 128.

1. Чрезъ центръ E проведи два поперешника, взаимно другъ къ другу перпендикулярные.

2. Крайнія проведенныхъ поперешниковъ точки соедини прямыми линѣями AC, CB, BD DA, и произойдетъ желаемый квадратъ ACBD начерченный въ кругѣ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Всякая точка перпендикулярной линѣи на пр. CD, которая проходитъ чрезъ центръ, равно отстоитъ отъ противоположенныхъ точекъ A и B поперешника AB, которой она въ точкѣ E раздѣляетъ на двѣ равныя части (§. 187.); слѣдовательно всѣ четыре бока AC, CB, BD, DA суть равны между собою: притомъ всѣ углы въ фигурѣ ABCD суть прямые, поелику каждой изъ нихъ состоитъ въ полукружіи (§. 260.); слѣдовательно ABCD есть квадратъ (§. 68.) ч. н. д.

ЗАДАЧА LIII.

Фиг. 128.

§. 315. Начертить кругъ около даннаго квадрата.

РѢШЕНІЕ.

1. Въ данномъ квадратѣ проведи двѣ діагональныя линѣи AB и CD, которыя взаимно пересѣкутъ себя въ точкѣ E перпендикулярно, по тому что двѣ крайнія точки A и B равно отстоятъ отъ противо-

 во-

воположенныхЪ точекЪ C и D; слѣдовательно сѣченія точка E равно отстоитЪ отЪ точекЪ A, B, C, D.

2. Діагональной линѣи AB половинную часть EB взявЪ за полупоперешникЪ, начерти онымЪ кругЪ, которой пройдетЪ чрезЪ всѣ четыре точки A, B, C, D. ч. н. с. и д.

ЗАДАЧА LIV.

§. 316. Начертить кругЪ вЪ данномЪ квадратѣ.

РѢШЕНІЕ.

Фиг. 129. 1. Всѣ бока̀ даннаго квадрата раздѣли на двѣ равныя части, и изЪ точекЪ раздѣленій I и L кЪ противоположеннымЪ точкамЪ K и M проведи двѣ линѣи IK и LM перпендикулярныя и параллельныя сЪ боками даннаго квадрата, которыя вЪ точкѣ N пересѣкутся на двѣ равныя части.

2. ИзЪ точки N полупоперешникомЪ NK начерченный кругЪ LIMK будетЪ желаемый.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Линѣи FL, LE, EK и проч. суть равны между собою по положенію, такожЪ перпендикулярныя линѣи, между тѣмижЪ параллельными состоящія, суть равны между собою (§. 58.); слѣдовательно NI = MG, NM = KH, NK = MH, NL = KE. Почему и NI = NM = NK = NL: чего ради окружность круга проходитЪ чрезЪ край-

крайнія точки I, M, K, L, и имѣетъ прикосновеніе ко всѣмъ четыремъ бокамъ даннаго квадрата, и по тому начерченъ кругъ въ данномъ квадратѣ. ч. н. д.

ЗАДАЧА LV.

§. 317. Начертить квадратъ около даннаго круга. Фиг. 129.

РѢШЕНІЕ.

Чрезъ крайнія точки I, M, K, L поперешниковъ другъ къ другу перпендикулярныхъ проведи перпендикулярныя линѣи FG, GH, HE и EF, равныя поперешнику IK или LM, и произойдетъ желаемый квадратъ EFGH, начерченный около круга. Фиг. 130.

ТЕОРЕМА XXXIX.

§. 318. Треугольныя поверьхности ABC и $\alpha\beta\gamma$, въ которыхъ или одинъ уголъ равенъ одному углу и два бока равны двумъ бокамъ, или два угла равны двумъ угламъ и одинъ бокъ равенъ одному боку, или всѣ три бока равны тремъ бокамъ, суть равны во всемъ между собою.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Поелику выше сего о треугольникахъ, такое свойство имѣющихъ доказано, что они сходствуютъ между собою и равны (§. 151, 152, 153.); того ради и поверьхности оныхъ будутъ сходствовать между собою и должны почитаемы быть за равныя (§. 149, и 150.). ч. н. д.

ГЛАВА ШЕСТАЯ
О
ИЗМѢРЕНІИ И РАЗДѢЛЕНІИ ПОВЕРЬХНОСТЕЙ, ИЛИ ПЛОСКОСТЕЙ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXIV.

§. 319.

Измѣреніе поверьхностей (dimenſio ſuperficierum) есть не что иное, какъ, когда квадратная поверьхность опредѣленной величины сравнивается съ большею поверьхностію и опредѣляется, сколько сія содержитъ въ себѣ оную (§. 23.) И такая практика именуется *квадратурою фигуръ* (τετραγωνισμος, ſiue quadratura figurarum).

ЗАДАЧА LVI.

§. 320. Найти плоскость квадрата.

РѢШЕНІЕ.

Фиг. 131. 1. Вымѣряй даннаго квадрата бокъ AB (§. 126.).

2. Умножъ оной самъ на себя, произведеніе покажетъ плоскость квадрата ABCD (§. 250. Ариѳ.).

Положимъ, что даннаго квадрата бокъ $AB = 5^{IV}$

5

То плоскость квадрата будетъ $= 25^{IV}$

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Поелику въ квадратѣ всѣ бокà равны между собою (§. 68.): то видно, что бокà DC, DA и CB столько же частей содержатъ, сколько и AB; когдажъ всѣ сіи

ча-

части соединятся поперешными линѣями, и естьли положимъ, что бокъ АВ имѣетъ пять частей, то произойдутъ пять рядовъ, изъ коихъ въ каждомъ пять не большихъ квадратовъ одинъ на другомъ находятся; и такъ число всѣхъ сихъ квадратовъ будетъ показывать желаемую плоскость квадрата. ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 321. Поелику въ Геометріи каждая мѣра длины раздѣляется на десять частей (§. 25.): то квадратная сажень 100 футовъ квадратныхъ, квадратной футъ 100 квадратныхъ дюймовъ, квадратный дюймъ 100 квадратныхъ линѣй, и проч. въ себѣ заключаетъ. И бокъ квадрата на пр. АВ найдется, когда изъ данной его плоскости будетъ извлеченъ квадратной радиксъ.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 322. Почему Геометрическія мѣры поверьхностей имѣютъ сотенное содержаніе между собою; поелику для составленія одного цѣлаго квадрата, который бы въ ближайше большемъ видѣ представлялся, потребно сто малыхъ квадратовъ. Притомъ квадраты имѣютъ между собою удвоенное содержаніе своихъ боковъ (§. 111. Ариѳ.). На пр. квадратъ бо́ка двойнаго есть вчетверо больше квадрата, которой происходитъ изъ простаго бо́ка; и равные ква-

драты суть тѣ, коихъ бока̀ равны между собою.

ПРИБАВЛЕНІЕ. 3.

§. 323 Изъ чего явствуетъ, какимъ образомъ должно приводить въ большіе сорты всякую данную поверьхностную мѣру. На пр. ежели будетъ дана поверьхность, состоящая изъ 25697230861 квадратныхъ скрупуловъ, и потребуется найти, сколько въ ней находится квадратныхъ саженъ, футовъ, и проч. то надлежитъ вышеозначенное число раздѣлить на 100000000, и выдетъ 256 квадратныхъ саженъ, а останется 97230861 квадратныхъ скрупуловъ; сіе число должно раздѣлить на 1000000, то выйдетъ 97 квадратныхъ футовъ, а въ остаткѣ будетъ 230861 квадратныхъ скрупуловъ; сіе надобно раздѣлить на 10000, и произойдетъ 23 квадратныхъ дюйма, а останется 861 квадратной скрупулъ; сей остатокъ надлежитъ раздѣлить на 100, то выйдетъ 8 квадратныхъ линѣй, а въ остаткѣ еще будетъ 61 квадратной скрупулъ, такъ что во всей данной плоскости содержится 256 квадратныхъ саженъ, 97 квадратныхъ футовъ, 23 квадратныхъ дюйма, 8 квадратныхъ линѣй и 61 квадратной скрупулъ. Но то же самое скорѣе можно найти, когда начиная отъ правой руки къ лѣвой въ дан-

данной поверьхностной мѣрѣ отдѣлишь для каждаго сорта мѣры по два знака, а оставшіеся къ лѣвой рукѣ знаки всѣ, сколько ихъ ни будетъ, будутъ изображать сажени, на пр.

256^{0}, 97^{I}, 23^{II}, 8^{III}, 61^{IV}.

ПРИБАВЛЕНІЕ 4.

§. 324. Такимъ образомъ знавши сіе, что поверьхностныя мѣры имѣютъ сотенное содержаніе между собою (§. 322.), удобно можно складывать, вычитать, умножать и дѣлить между собою числа, означающія поверьхностную мѣру, наблюдая токмо сотенное содержаніе. на пр.

$$\begin{array}{rl} 8^{\circ}-27'-42'' & 16^{\circ}-05'-94'' \\ 7-33-52 & 7-33-52 \\ \hline \text{Сумма}=16-05-94 & 8-72-42 \text{ разность} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2^{\circ}-4'-0'' \\ 3-5-6 \\ \hline 1440 \\ 1200 \\ 720 \\ \hline 8^{\circ},54',40'' \text{ произвед.} \end{array} \qquad \begin{array}{r|l|l} 2^{\circ}-4'-0'' & 8^{\circ}-54'-40'' & 3^{\circ},5',6'' \\ & 7\ 20 & \text{частн. число.} \\ & \overline{1\ 344} & \\ & 1\ 200 & \\ & \overline{\ \ 1440} & \\ & \ \ 1440 & \end{array}$$

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 325. Упражняющійся въ Геодезической практикѣ, неотмѣнно долженъ знать, сколько квадратныхъ саженъ по обыкновенію того города, въ которомъ онъ живетъ, употребляется для десятины. *Десятинаже*

(Eine

(Eine Morgen, seu Lat. Iugerum) есть не что иное, какъ полевая поверьхность, состоящая изъ нѣсколькихъ квадратныхъ саженъ, изъ нѣсколькихъ же десятинъ составляются поля̀, (Huben, seu, Campi.).

ЗАДАЧА LVII.

§. 326. Найти плоскость продолговатаго прямоугольнаго четвероугольника.

РѢШЕНІЕ.

Фиг. 132. 1. Вымѣряй даннаго продолговатаго прямоугольнаго четвероугольника бока̀ AB и AC (§. 126.).

2. Умножь AB на AC, произведеніе изъ того будетъ желаемая плоскость ABCD. Положимъ, что $AB = 5'$

$$\begin{array}{r} AC = 3 \\ \hline 15' \end{array}$$ желаемая плоскость

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 327. Продолговатые прямоугольные четвероугольники имѣютъ между собою сложенное содержаніе своихъ боковъ AB и AC.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 328. Слѣдовательно естьли три линѣи будутъ непрерывно пропорціональныя, квадратъ средней равняется продолговатому четвероугольнику, изъ двухъ крайнихъ происшедшему (§. 136. Ариѳ.).

При-

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 329. Естьлижъ будутъ четыре прямыя пропорціональныя линѣи: то продолговатый четвероугольникъ, составленный изъ двухъ крайнихъ, равняется продолговатому четвероугольнику, происшедшему изъ двухъ среднихъ (§. 135. Ариѳ.).

ПРИБАВЛЕНІЕ 4.

§. 330. Чего ради, естьли изъ одной точки на пр. A проведутся двѣ прямыя линѣи, изъ коихъ одна AD имѣетъ прикосновеніе къ кругу въ точкѣ D, а другая AB пересѣкаетъ оной, квадратъ составленный изъ касательной линѣи AD равняется продолговатому четвероугольнику происшедшему изъ пересѣкающей линѣи AB и отрѣзка ея внѣ круга находящагося AC, по тому что AD есть средняя пропорціональная линѣя между AB и AC. Ибо ∠A есть общій къ обоимъ треугольникамъ ACD и ABD: притомъ ∠ADC = ∠ABD (§. 264, 265 и 328.); слѣдовательно AC : AD = AD : AB (§. 136. Ариѳ.). Фиг. 133.

ПРИБАВЛЕНІЕ 5.

§. 331. Естьлижъ изъ одной точки на пр. G, проведутся двѣ пересѣкающія линѣи на пр. GL и GM: то продолговатый четвероугольникъ, происшедшій изъ всей линѣи GL и ея отрѣзка, внѣ круга находящагося GN, будетъ равенъ продолговатомужъ Фиг. 134.

мужЪ четвероугольнику, происшедшему изЪ всей линѣи GM и ея отрѣзка, внѣ круга находящагося GO, то есть, GL x GN = GM x GO (§. 264, 265 и 329.).

ПРИБАВЛЕНІЕ 6.

Фиг. §. 332. Когдажъ двѣ хорды на пр. HM
135. и LI, взаимно пересѣкутся вЪ точкѣ K: то продолговатые четвероугольники, происшедшіе изЪ отрѣзковЪ, будутЪ равны между собою, то есть, HK x KM = LK x KI (§. 329.); поелику вЪ треугольникахЪ LKH и IKM, ∠u = ∠u, ∠x = ∠x (§. 258.) и ∠K есть общій кЪ обоимЪ треугольникамЪ: то будетЪ HK: KL = IK: KM (§. 210.).

ТЕОРЕМА XL.

§. 333. Два параллелограмма ABDC и ECDF имѣющіе одно основаніе CD и од-
Фиг. ну высоту, или состоящіе между одними
136. и тѣмижЪ параллельными линѣями AF и CD, или CH, суть равны между собою.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Поелику AB = CD и EF = CD (§. 281. 68.): то будетЪ AB = EF (§. 32. Ариѳ.), и AE = BF (§. 35. Ариѳ.). И такЪ вЪ треугольникахЪ ACE и BDF будетЪ AE = BF, AC = BD, EC = DF (§. 281. 68.): то будетЪ Δ ACE = Δ BDF (§. 153); а когда отЪ равныхЪ треугольниковЪ отнимется общая часть BGE: то произойдетЪ ABGC = FEGD (§. 36. Ариѳ.); естьлижЪ при-

приложится къ каждому изъ нихъ общаяжъ часть GCD: то произойдетъ ABDC = EFDC (§. 25. Ариѳ.). ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 334. Поелику AF и CD, или CH суть параллельны по положенію: то и перпендикулы между ими находящіеся AC и FH будутъ равны между собою (§. 58.); и поелику сіи перпендикулы суть высоты параллелограммовъ: то параллелограммы, состоящіе между однѣми и тѣмижъ параллельными линѣями, имѣютъ одинакую высоту.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 335. Слѣдовательно и два треугольника, имѣющіе одно основаніе и одну высоту, или состоящіе между однѣми и тѣмижъ параллельными линѣями, суть равны между собою. Положимъ, что даны два треугольника ABC и BCD, имѣющіе одно основаніе BC, и состоящіе между однѣми и тѣмижъ параллельными линѣями AD и BC, или BF: то по проведеніи линѣи AD параллельной съ основаніемъ, (§. 155.), по продолженіи основанія BC до F, по возстановленіи перпендикулярной линѣи CE (§. 160.) и по опущеніи изъ D перпендикулярной линѣи DF (§ 165.), произойдутъ три параллелограмма, самой большій AF, среднiй AC и меньшій EF, изъ коихъ

Фиг. 137.

ихъ послѣдніе два содержатся въ большемъ. Но какъ Δ ABC = $\frac{1}{2}$ AC, Δ DCF $\frac{1}{2}$ EF, и Δ BCD † Δ DCF = $\frac{1}{2}$ AF (§. 290.): то Δ BCD † Δ DCF = Δ ABC † Δ DCF (§. 32. Ариѳ.); слѣдовательно Δ BCD — Δ DCF = Δ ABC — Δ DCF, то есть, Δ BCD = Δ ABC (§. 36. Ариѳ.). ч. н. д.

ПРИМѢЧАНІЕ.

Фиг. 136. §. 336. Хотя окружность параллелограмма ECDF и гораздо больше окружности параллелограмма ABDC, и оной по изволенію еще больше можно сдѣлать, ежели только линѣи CE и DF еще косѣе начертятся; однако они оба, въ разсужденіи своихъ плоскостей, равны между собою (§. 333.). Почему два по́ля, или два го́рода, имѣющіе видъ параллелограмма, хотя по окружности своей и весьма различны; однако по своей величинѣ могутъ быть равны между собою. И такъ о плоскости и уравненіи такихъ полей, или городовъ изъ одного ихъ окруженія ничего опредѣлять не можно.

ЗАДАЧА LVIII.

§. 337. Найти плоскость Ромба и Ромбоида, или косоугольнаго параллелограмма.

РѢШЕНІЕ.

Фиг. 138. 1. На основаніе CD опусти перпендикулъ AE (§. 165.), которой будетъ высота параллелограмма (§. 334.).

2.

2. Умножъ основанiе на высоту, произведенiе изъ того будетъ желаемая плоскость ромба, и ромбоида.

Положимъ, что CD = 244′
Высота AE = 86′

14 64
195 2

То будетъ плоскость 2, 09, 84′ ромба и ромбоида.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Косоугольный параллелограммъ равняется прямоугольному, который съ нимъ имѣетъ одинакое основанiе CD и одинакую высоту AE (§. 334.), по тому что EF = CD. Но плоскость прямоугольнаго параллелограмма равняется произведенiю, происшедшему изъ умноженiя основанiя на высоту (§. 325.); слѣдовательно и плоскость косоугольнаго параллелограмма равняется тому же (§. 32. Ариѳ.). ч. н. д.

ЗАДАЧА LIX.

§. 338. Найти плоскость треугольника.

РѢШЕНIЕ и ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

1. Умножъ основанiе AB на высоту CD, произведенiе изъ того будетъ плоскость параллелограмма, которой съ нимъ имѣетъ одинакое основанiе и одинакую высоту (§. 337.). Фиг. 139.

2. Изъ произведенія возьми половину, и произойдетъ желаемая плоскость треугольника ABC (§. 290.). ч. н. с. и д.

Или

Половину основанія умножь на всю высоту, то есть $\frac{1}{2}AB \times CD$, или все основаніе ни половину высоты, то есть, $AB \times \frac{1}{2} \times CD$, произведеніе изъ того также будетъ желаемая плоскость треугольника.

Положимъ, что дано основаніе AB=342

Высота CD=234

2 | 80028 | 40014 плоск. треугол.

Или

$$\begin{array}{r|r|r} 2 & 342 & 171 \\ & & 234 \\ \hline & & 684 \\ & & 513 \\ & & 342 \\ \hline & & 40014 \end{array} \qquad \begin{array}{r|r|r} 2 & 234 & 117 \\ & & 342 \\ \hline & & 234 \\ & & 468 \\ & & 351 \\ \hline & & 40014 \end{array}$$

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 339. Изъ чего явствуетъ, что естьли плоскость треугольника раздѣлится на половину основанія: то частное число будетъ высота того треугольника (§. 68. Ариѳ.)

Положимъ, что дана плоскость треугол. - - - =40014

основаніе онаго = 342:

то

то 2	342	171	40014	234 высота треуг.
			342	
			581	
			513	
			684	
			684	

ЗАДАЧА LX.

§. 340. Найти бокъ квадрата равный данному параллелограмму, или треугольнику.

РѢШЕНІЕ.

Между основаніемъ и высотою даннаго параллелограмма, или между половиннымъ основаніемъ и высотою, или между цѣлымъ основаніемъ и половинною высотою даннаго треугольника найди среднюю пропорціональную линѣю (§. 267.), или среднее пропорціональное число (§. 137. Ариѳ.): то произойдетъ желаемый бокъ квадрата.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Произведеніе, происшедше изъ умноженія основанія на высоту, изображаетъ плоскость параллелограмма (§. 326 и 337.) и произведеніе, происшедшее изъ умноженія половины основанія на высоту, или всего основанія на половину высоты, показываетъ плоскость треугольника (§. 338.) И какъ квадратъ найденной средней пропорціональной линѣи, или средняго про-

порціональнаго числа, въ обоихъ случаяхъ равенъ оному произведенію (§. 136. Ариѳ.): то такой квадратъ будетъ равенъ въ первомъ случаѣ параллелограмму, а во второмъ треугольнику. ч. н. д.

ТЕОРЕМА XLI.

§. 341. Треугольники и параллелограммы имѣютъ сложенное содержаніе оснований и высотъ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Когда плоскость треугольника происходитъ изъ умноженія основанія его на половинную высоту (§. 338.) и плоскость параллелограмма изъ умноженія основанія на высоту (§. 326, и 337), сложеннымъ же содержаніемъ называется то, когда произведеніе предыдущихъ и послѣдующихъ членовъ сравнивается съ содержаніемъ предыдущаго къ послѣдующему (§. 144. Ариѳ.); того ради естьли числа оснований и высотъ приняты будутъ за пропорціональные члены, плоскости треугольниковъ и параллелограммовъ, будутъ имѣть сложенное содержаніе оснований и высотъ. ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 342. Изъ чего явствуетъ, что естьли высоты такихъ фигуръ равны: то плоскости ихъ будутъ содержаться между собою, какъ ихъ основанія; естьлижъ основанія такихъ фигуръ равны: то плоскости

ихъ

ихъ будутъ содержаться, какъ ихъ высоты; поелику содержанiе не перемѣняется, когда въономъ члены умножены будутъ на одно и тоже число (§. 141. Ариѳ.).

ТЕОРЕМА XLII.

§. 343. Въ подобныхъ параллелограммахъ и треугольникахъ высоты ихъ суть пропорцiональны сходственнымъ бокамъ, и основанiя отъ тѣхъ высотъ пересѣкаются пропорцiонально.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Когда высоты AE и ae суть перпендикулярны къ основанiямъ CD и cd (§. 73.): то E и e будутъ углы прямые (§. 49.) и слѣдовательно равны между собою (§. 86.). Фиг. 140.
И поелику параллелограммъ ABDC ∽ параллелограмму abdc, и Δ CAD ∽ Δ cad по положенiю: то будетъ C = c (§. 205.); того ради

AC : AE = ac : ae
Также AC : CD = ac : cd } (§. 210.)

Слѣдовательно AE : CD = ae : cd (§. 32. Ариѳ.). Что было во первыхъ.

Поеликужъ E = e и C = c по доказанному: то

AC : CE = ac : ce
Также AC : CD = ac : cd } (§. 210.).

То CE : CD = ce : cd (§. 32. Ариѳ.).

И по тому ED : CE = ed : ce. Что было во вторыхъ и ч. н. д.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 344. Поелику само чрезъ себя явствуетъ, что ABDC ∽ abdc и Δ ACD ∽ Δ acd по положенію: то перпендикулы AE и ae, равномѣрно и отрѣзки основаній CE и ce, такожъ ED и ed одинакимъ образомъ опредѣляются, и по тому подобны между собою; а когда подобны: то должны имѣть такое содержаніе, какое имѣютъ сходственные бокà фигуръ.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 345. Поелику параллелограммы и треугольники имѣютъ сложенное содержаніе основаній и высотъ (§. 341.) и подобные параллелограммы и треугольники имѣютъ основанія пропорціональныя высотамъ (§. 343.); того ради подобные параллелограммы и треугольники имѣютъ удвоенное содержаніе сходственныхъ боковъ, или удвоенное содержаніе высотъ и отрѣзковъ основанія (§. 343.).

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 346. Слѣдовательно параллелограммы и треугольники содержатся между собою, какъ квадраты слодственныхъ ихъ боковъ, или высотъ, или отрѣзковъ (§. 322.).

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 347. То же должно разумѣть и о многоугольныхъ подобныхъ фигурахъ, поелику оныя изъ подобныхъ треугольниковъ составляются.

За-

ЗАДАЧА LXI.

§. 348. Найти плоскость пра́вильнаго многоугольника.

РѢШЕНІЕ.

Поелику пра́вильный многоугольникъ состоитъ изъ столько равныхъ треугольниковъ, сколько боковъ имѣетъ многоугольникъ; того ради сыскавъ одного изъ оныхъ треугольника плоскость (§. 338.), умножь оную на число боковъ многоугольника, произведеніе изъ того будетъ плоскость пра́вильнаго многоугольника.

Или

1. Даннаго многоугольника бокъ AB умножь на половинное число боковъ онаго, на пр. бокъ шестіугольника на 3, бокъ пятіугольника на $2\frac{1}{2}$ и проч. Фиг. 122.

2. Произведеніе также умножь на перпендикулъ HF, изъ центра могоугольника на бокъ онагожъ опущенный, произведеніе изъ того будетъ желаемая плоскость пра́вильнаго многоугольника.

Или

Сумму боковъ пра́вильнаго многоугольника умножь на половину перпендикула HF, произведеніе изъ того будетъ также желаемая плоскость пра́вильнаго многоугольника.

Положимъ, что требуется найти плоскость пра́вильнаго пятіугольника, и что въ

одномъ изъ треугольниковъ, на сколько онъ можетъ раздѣлиться, на пр. въ △ABF дано AB = 54′, HF = 29′: то

54	54	54
29	$2\frac{1}{2}$	5
486	108	270
108	27	2|29| = $14\frac{1}{2}$
2 | 1566 | 783 = ABF	135	1080
5	29	270
Пятiуг. 3915 плоскость.	1215	3780
	270	135
	3915	3915

ЗАДАЧА LXII.

§. 349. Найти плоскость не правильнаго многоугольника и трапецiя.

РѢШЕНIЕ.

Фиг. 141. 1. Раздѣли данный не правильный многоугольникъ дiагональными линѣями AD и AC на треугольники.

2. Найди плоскости всѣхъ треугольниковъ (§. 338.).

3. Сложи всѣ найденныя плоскости треугольниковъ, происшедшая изъ того сумма будетъ желамая плоскость не правильнаго многоугольника, на пр.

$\frac{1}{2}$AD.

$\frac{1}{2}$ AD = 43′
EF = 35
215
129
ΔAED = 1505

$\frac{1}{2}$ AD = 43′
GC = 45
215
172

$\frac{1}{2}$ AC = 42′
BH = 30
Δ ABC = 1260

Δ DAC = 1935
Δ AED = 1505
Δ ABC = 1260
ABCD = 4700 плоскость не правил. многоуг.

Естьлижъ $\frac{1}{2}$ AD умножится на сумму высотъ EF † GC, или вся дiагональная AD на $\frac{1}{2}$ высотъ EF † GC: то произойдетъ изъ того плоскость трапецiя AEDC. на пр.

EF = 35
GC = 45
EF † GC = 80
$\frac{1}{2}$ EF † GC = 40
AD = 86
240
320
AEDC = 3440

$\frac{1}{2}$ AD = 43
EF † GC = 80
AEDC = 3440

Подобнымъ образомъ, естьли въ трапецiи будетъ AB параллельна съ CD: то треугольниковъ, на которые оной трапецiй дiагональною линѣею CB раздѣленъ, высоты BF и GC будутъ равны между собою (§. 58.); почему плоскость такого трапецiя произойдетъ, естьли половинная сум- Фиг. 142.

сумма параллельныхЪ боковЪ AB и CD умножится на высоту BF = GC (§. 348.). на пр.

AB = 246″, CD = 378″, BF = CG = 195″

То будетЪ AB = 246″ $\frac{1}{2}$ AB † CD = 312
CD = 378 BF = 195
AB † CD = 624 1560
2808
312
ABCD = 6,08,40
плоск. трапец.

ТЕОРЕМА XLIII.

§. 350. Пра́вильная многоугольная фигура на пр. ABCDE изЪ центра F круга, описаннаго около той пра́вильной многоугольной фигуры, раздѢляется на равные и подобные треугольники, и плоскость оной равняется такому треугольнику, коего о-
Фиг. 122. снование есть окружность всей той многоугольной фигуры, то есть, AB † BC † CD и проч. а высота перпендикулЪ FG, изЪ центра F опущенный на одинЪ той фигуры бокЪ AB.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Поелику AB = BC = CD = DE = AE (§. 70): то треугольники AFB, BFC, CFD, EFD и проч. равны и подобны между собою (§. 153. и 205.). Что было во первыхЪ.

По

По означенiижъ всѣхъ треугольниковъ AFB, BFC, CFD и проч. на которые вся многоугольная фигура ABCDE раздѣлена, на одной и той же линѣѣ AA (§. 175.), и по возстановленiи въ точкѣ A перпендикулярной линѣи Af (§. 160.), равной высотѣ треугольниковъ, будетъ ΔAfB = ΔAFB, ΔBfC = ΔBFC, ΔCfD = ΔCFD и проч. (§. 335.); слѣдовательно ΔAfA = ΔAFB † ΔBFC † ΔCFD † ΔDFE † ΔEFA, то есть, плоскость ΔAfA равна плоскости прáвильной многоугольной фигуры. ч. б. во вторыхъ, и ч. н. д. Фиг. 143.

ПРИБАВЛЕНIЕ.

§. 351. То же должно разумѣть и о прáвильной многоугольной фигурѣ, около круга описанной abcde съ тою токмо отмѣною, что высота здѣсь будетъ полупоперешникъ Fg. Ибо когда прямая линѣя Fg, изъ центра F проведенная къ прикосновенiю g, есть полупоперешникъ и къ боку ae перпендикулярна (§. 62.): то она будетъ высота Δ aFe (§. 73.) Фиг. 122.

ТЕОРЕМА XLIV.

§. 352. Четвероугольныя и многоугольныя подобныя фигуры, на пр. ABCDE и abcde, чрезъ дiагональныя линѣи AC и AD, ac и ad раздѣляются на треугольники между собою подобные и цѣлымъ пропорцiональные ABC и abc, ACD и acd, ADE и ade. Фиг. 144.

ДО-

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Поелику ABCDE ∽ abcde: по положенію, то будетъ O = o и AB : BC = ab : bc (§. 205 и 210.); слѣдовательно Δ bac ∽ Δ BAC; y = y и bc : ca = BC : CA (§. 210.); также bc : cd = BC : CD и n † y = n † y, то ca : cd = CA : CD (§. 32. Ариѳ.) и n = n; почему Δ cad ∽ Δ CAD: и потомъ cd : da = CD : DA и u = u, притомъ u † s = u † s и cd : de = CD : DE, то S = S и da : de = DA : DE (§. 32. Ариѳ.); почему Δ dea ∽ Δ DEA (§. 210.). ч. б. во первыхъ.

Поеликужъ Δ ABC ∽ Δ abc, Δ DAC ∽ Δ dac и Δ DAE ∽ Δ dae по доказанному; то Δ ABC : Δ abc = $CA^2 : ca^2$, Δ DAC : Δ dac = $CA^2 : ca^2 = DA^2 : da^2$ и Δ DAE : Δ dae = $DA^2 : da^2$ (§. 345 и 346.); слѣдовательно Δ ABC : Δ abc = Δ DCA : Δ dca и Δ DCA : Δ dca = Δ DAE : Δ dae (§. 32. Ариѳ.) и по тому Δ DEA : Δ dea = Δ ABC : Δ abc. Чего ради треугольники ABC, ACD, ADE, такожъ abc, acd, ade суть пропорціональные между собою.

Поелику наконецъ Δ ABC : Δ abc = Δ DCA : Δ dca = Δ DEA : Δ dea по второму: то Δ ABC † Δ DCA † Δ DEA : Δ abc † Δ dca † Δ dea = Δ ABC : Δ abc (§. 151. Ариѳ.). Но Δ ABC † Δ DCA † Δ DEA = многоугольнику ABcDE и Δ abc † Δ dca † Δ dea = много-

го-

гоугольнику abcde (§. 34. Ариѳ.); слѣдовательно ABCDE: abcde = Δ ABC: Δ abc = Δ DCA: dca и проч. и по тому ABCDE: Δ ABC = abcde: abc и ABCDE: Δ DCA = abcde: Δ Dca и проч. ч. б. въ третьихъ и ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 353. Когда правильные многоугольники суть равносторонные и равноугольные (§. 70.): то оные взаимно между собою суть равноугольные (§. 299. и 305.). Почему правильные многоугольники тогожъ порядка, на пр. всѣ пятіугольники, всѣ шестіугольники и проч. правильные, суть подобные между собою (§. 205.); слѣдовательно правильные многоугольники тогожъ порядка чрезъ діагональныя линѣи раздѣляются на треугольники между собою подобные и цѣлымъ пропорціональные (§. 352.)

ТЕОРЕМА XLV.

§. 354. Фигуры какъ правильныя, такъ и не правильныя подобныя имѣютъ между собою удвоенное содержаніе сходственныхъ боковъ. Фиг. 144.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Положимъ, что даны фигуры ABCDE и abcde или правильныя или не правильныя подобныя: то ABCDE: abcde = Δ ABC: Δ abc = Δ ACD: acd = Δ ADE: ade (§. 352 и 353). Но Δ ABC: Δ abc = AB^2:

$ab^2 = BC^2 : bc^2$, $\Delta\ ADC : \Delta\ adc = CD^2 : cd^2$ и $\Delta\ ADE : \Delta\ ade = DE^2 : de^2 = EA^2 : ea^2$ (§. 345 и 346.); слѣдовательно $ABCDE : abcde = AB^2 : ab^2 = BC^2 : bc^2 = CD^2 : cd^2 = DE^2 : de^2 = EA^2 : ea^2$ (§. 152 и 153 Ариѳ.) ч. н. д.

ТЕОРЕМА XLVI.

§. 355. Круги и фигуры подобныя, въ оныхъ написанныя, или около оныхъ описанныя, содержатся между собою какъ квадраты полупоперешниковъ, или поперешниковъ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Фиг. 122. Раздѣли многоугольники, въ кругахъ написанные ABCDE и abcde, изъ центровъ F и f на треугольники ABF, BFC, CFD и abf, bfc, cfd и проч. то будетъ $\angle FAB = \angle fab$ и $\angle FBA = \angle fba$ и проч. (§. 86 и 299.); слѣдовательно $\Delta\ AFB \backsim \Delta\ afb$ (§. 205 и 210.). Такимъ же образомъ доказывается, что $\Delta\ BFC \backsim \Delta\ bfc$, $\Delta\ CFD \backsim \Delta\ cfd$ и проч. и такъ $\Delta\ AFB : \Delta\ afb = BF^2 : bf^2$, $\Delta\ BFC : \Delta\ bfc = BF^2 : bf^2$ и проч (§. 345 и 346.), по чему $ABCDE : abcde = BF^2 \ bf^2$ (§. 131. Ариѳ.); слѣдовательно, когда полупоперешники BF и bf суть, такъ какъ поперешники, многоугольники написанные въ кругѣ содержатся между собою какъ квадраты поперещниковъ. ч. н. д.

При-

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 356. То же и такимЪ же образомЪ доказывается и о многоугольникахЪ, около круга написанныхЪ, когда треугольники онаго имѣютЪ удвоенное содержаніе своихЪ высотЪ (§. 345.); высотыжЪ оныхЪ треугольниковЪ, на которые многоугольникЪ, около круга описанный, раздѣляется, содержатся между собою, какЪ полупоперешники круговЪ (§. 303.).

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 357. КогдажЪ для многоугольника, описываемаго вЪ кругѣ, столь много боковЪ возмешь, что хорды, вЪ ономЪ проведенныя отЪ окружности, ни мало не будутЪ разнствовать: то такой вЪ кругѣ описанный многоугольникЪ то же будетЪ, что и кругЪ. Почему и круги содержатся между собою, какЪ квадраты ихЪ поперешниковЪ.

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 358. Слѣдовательно круги имѣютЪ удвоенное содержаніе поперешниковЪ; и потому, когда полупоперешники суть такЪ какЪ поперешники, круги имѣютЪ удвоенное содержаніе и своихЪ полупоперешниковЪ.

ТЕОРЕМА XLVII.

§. 359. Плоскость круга равняется плоскости такого треугольника, который и-

имѢетЪ основаніемЪ всю окружность, а
Фиг. высоту равную полупоперешнику.
145.
ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Выше сего сказано, что вЪ кругѢ могутЪ написаны быть многоугольники (§. 302.), и положимЪ, что вЪ кругѢ написанЪ пра́вильный шестіугольникЪ (§. 295.): то видно, что бока̀ его еще много разнствуютЪ отЪ дугЪ окружности круга: но естьли всѢ ду́ги онаго раздѢлишь на двѢ части: то произойдетЪ двенатцатіугольникЪ (§. 286.), коего бока̀ ужѐ ближе будутЪ подходить кЪ дугамЪ круга, и естьли, продолжая непрерывное раздѢленіе дугЪ на двѢ части, написаны будутЪ двадцатичетыреугольники, или со́рока-осьміугольники: то бока̀ оныхЪ близко будутЪ подходить кЪ дугамЪ окружности, такЪ что на послѢдокЪ ду́ги отЪ хордЪ мало, или ничего не будутЪ разнствовать. Почему окружность и можетЪ сравниться сЪ многоугольникомЪ, имѢющимЪ великое множество боковЪ, которые отЪ малѢйшихЪ дугЪ окружности весьма мало разнствуютЪ. А какЪ пра́вильные многоугольники состоятЪ изЪ нѢсколько равныхЪ треугольниковЪ (§. 350.), и когда такихЪ треугольниковЪ основанія почти ничего не разнствуютЪ отЪ наималѢйшихЪ дугЪ окружности: то и высота такихЪ треугольниковЪ можетЪ сравниться

ся съ полупоперешникомъ, который отъ боковъ многоугольника весьма мало, или почти ничего не разнствуетъ. И когда на конецъ изъ многихъ треугольниковъ, имѣющихъ одинакую высоту, составится одинъ такой, который будетъ заключать всѣхъ ихъ основанія и имѣть общую съ ними высоту, (§. 350): то явствуетъ, что плоскость круга по справедливости равняется плоскости Δ ABC, коего основаніе BC есть окружность круга, а высота AB равна полупоперешнику. ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 360. И такъ, естьли прямая линѣя сдѣлается равною окружности круга, *квадратура круга* (quadratura circuli) учинена будетъ такимъ же образомъ, какъ и измѣреніе плоскости въ треугольникѣ бываетъ, то есть, когда полупоперешникъ круга будетъ умноженъ на половину окружности, или когда половина полупоперешника, то есть, четвертая часть поперешника умножится на всю окружность: то изъ того произойдетъ плоскость круга (§. 338.).

Положимъ, что данъ поперешникъ круга = 100: то окружность онаго будетъ = 314 (§. 276.); Слѣдовательно, когда полупоперешникъ = 50 умножишь на половинную окружность = 157, будетъ плоскость кру-

га = 7850; или, что все равно, когда всю окружность круга = 314 умножишь на половину полупоперешника, то есть, на четвертую часть поперешника = 25, произведенiе изъ того будетъ также плоскость круга = 7850.

ПРИБАВЛЕНIЕ 2.

§. 361. Почему круги имѣютъ сложенное содержанiе окружностей и полупоперешниковъ (§. 345.); но какъ тѣ же круги имѣютъ удвоенное содержанiе своихъ полупоперешниковъ (§. 355.); того ради окружности круговъ содержатся между собою, какъ ихъ полупоперешники, или окружность одного круга къ своему полупоперешнику содержится такъ, какъ окружность другаго всякаго круга къ своемужъ полупоперешнику; или окружность круга на. пр. AaD содержится къ окружности другаго круга, на. пр. BbE, какъ полупопере-
Фиг. 146. шникъ перваго AC къ полупоперешнику втораго CB. Ибо, какъ изъ центра C проведешь два полупоперешника CA и Ca, оные въ точкахъ B и b прорѣжутъ внутреннiй кругъ, который съ наружнымъ изъ одного центра начерченъ, и сдѣлаютъ между собою ∠ ACa, который весьма малъ: то можно Bb и Aa почесть за двѣ наималѣйшiя линѣи. И естьли обѣ сiи прямыя линѣи Bb и Aa продолжатся: то

онѣ

онѣ коснутся до круга въ наималѣйшихъ токмо частицахъ, то есть, онѣ будутъ касательныя линѣи (§. 62.), каждаяжъ касательная линѣя съ проведеннымъ къ касательной точкѣ полупоперешникомъ дѣлаетъ прямой уголъ (§. 49.): то въ обоихъ треугольникахъ C A a и C B b углы B и b, такожъ A и a будутъ прямые, и слѣдовательно между собою равные (§. 86.), а уголъ C общій обоимъ треугольникамъ; того ради оба наималѣйшіе треугольники C A a и C B b между собою подобны (§. 205). И такъ B b : A a = C B : c A. Но поелику ∠ C мѣра какъ дуга B b, такъ и дуга A a (§. 47.): то будетъ B b содержаться къ окружности A a къ окружности A a D, или также B b : B b E = A a = окружность B b E къ окружности A a D (§. 139. Ариѳ.). Но какъ B b : A a = C B : C A; то окружность B b E къ окружности A a D = C B : C A (§. 31. Ариѳ.), или B b E : C B = A a D : C A (§. 139. Ариѳ.).

ТЕОРЕМА XLVIII.

§. 362. Плоскость круга къ квадрату въ немъ написанному O M P S содержится такъ, какъ половинная окружность къ поперешнику, и плоскость круга къ квадрату около его описанному L N Q R содержится такъ, какъ четвертая часть окружности къ поперешнику. Фиг. 147.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Квадратъ въ кругѣ написанный OMPS равенъ половинѣ квадрата, около описаннаго LNQR потому, что Δ OMP = $\frac{1}{2}$ LONP (§. 290.) и Δ OMP = Δ OSP (§. 273 и 153); слѣдовательно квадратъ OMPS равенъ продолговатому прямоугольному четвероугольнику LONP, или половинѣ квадрата, около круга описаннаго. И такъ продолговатый прямоугольный четвероугольникъ изъ полупоперешника MC = LO на половинную окружность OMP, то есть, самая плоскость круга (§. 360.) къ продолговатому прямоугольному четвероугольнику OLNP одинакой высоты, то есть, къ квадрату, въ кругѣ написанному содержится такъ, какъ ихъ основанія (§. 342.), то есть, какъ половинная окружность OMP къ поперешнику OP. Почему тотъ же кругъ къ продолговатому прямоугольному четвероугольнику LP, вдвое взятому, или къ квадрату, около круга описанному LR содержится такъ, какъ половинная окружность къ двумъ поперешникамъ, или раздѣливъ оба пропорціональныя количества пополамъ (§. 146. Ариѳ.), плоскость круга къ квадрату поперешника, или къ квадрату, около круга описанному, будетъ содержаться такъ, какъ четвертая часть окружности къ поперешнику. ч. н. д.

По-

Положимъ, что данъ поперешникъ ОР =100: то будетъ

окружность круга=314	100		
25	100		
1570	2 | 10000	5000 половина квадрата изъ попер. = квадрату въ кругѣ написанному.	
628			
Плоскость круга=7850			

И потому 7850: 5000 точно содержится такъ, какъ половинная окружность къ поперешнику, естьли только оба сіи пропорціональныя количества раздѣлишь на принятое по изволенію число, на. пр. на 50.

50	7850	157 полов. окруж.	50	5000	100 попер.
	50			50	
	285				
	250				
	350				
	350				

То есть, 7850: 5000 = 157: 100.

Также 7850, то есть, плоскость круга, къ 1000, то есть, къ квадрату, около круга описанному, точно содержится, какъ четвертая часть окружности къ поперешнику, естьли сіи пропорціональныя количества раздѣлишь на принятое по изволенію число, на. пр. на 50, и изъ прошед-

 шихъ

шихъ частныхъ чиселъ возьмешь по половинѣ

$50 \mid 7850 \mid \frac{157}{2} = 78\frac{1}{2}$ четвертая часть окруж.

$50 \mid 10000 \mid \frac{200}{2} = 100$ поперешникъ

То есть, $7850 : 10000 = 157 : 200$

Или $7850 : 10000 = 78\frac{1}{2} : 100$

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 363. И такъ по принятіи котораго нибудь содержанія окружности круга къ поперешнику (§. 276.), можетъ изображено быть въ числахъ содержаніе плоскости круга къ квадрату поперешника, то есть, плоскость круга къ квадрату поперешника содержится

По Архимед. $5\frac{1}{2} : 7$, или $11 : 14$

По Цейлен. $785 : 1000$

По Мец. $355 : 452$.

Положимъ, что по Архимед. данъ поперешникъ $= 7$: то окружность круга по его сравненію будетъ $= 22$; и такъ

$$\begin{array}{r} 22 \\ 7 \\ \hline 4 \mid 154 \mid 38\frac{1}{2} : 49 \\ 12 \\ \hline 34 \\ 32 \\ \hline \frac{2}{4} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 7 \\ 7 \\ \hline 49 \end{array}$$

или $77 : 98$

Оба

Оба сіи пропорціональныя количества раздѣливъ на принятое по изволенію число, на пр. на 7, получишь частныя числа 11 и 14, которыя точно будутъ изображать Архимедово содержаніе плоскости круга къ квадрату поперешника.

Положимъ, что Цейлен. данъ поперешникъ круга = 100: то окружность онаго по сравненію его будетъ = 314; и такъ

	314	100
	100	100
4	31400 | 7850 :	10000

Оба сіи пропорціональныя количества также раздѣливъ на принятое по изволенію число, на. пр. на 10, получишь частныя числа 785 и 1000, которыя будутъ точно изображать Цейленово содержаніе плоскости круга къ квадрату поперешника.

Положимъ на конецъ, что по Мец. данъ поперешникъ круга = 113: то окружность онаго по его сравненію будетъ = 355; и такъ

	355	113
	113	113
	1075	339
	355	113
	355	113
4	40115 | $10028\frac{3}{4}$:	12769

Или 40115 : 51076

 Оба

Оба сіи пропорціональныя количества раздѣливъ на принятое по изволенію число, на. пр. на 113, получишь частныя числа 355 и 452, которыя будутъ точно изображать Мецієво содержаніе плоскости круга къ квадрату поперешника.

ЗАДАЧА LXIII.

§. 364. Найти плоскость круга, когда будетъ данъ поперешникъ его.

РѢШЕНІЕ.

1. По данному поперешнику найди окружность круга (§. 276.).

2. Найденной окружности половину умножь на половину поперешника (§. 360.), произведеніе изъ того будетъ желаемая плоскость круга.

Или

Найденную окружность круга умножь на четвертую часть поперешника (§. 338. и 359.), произведеніе изъ того будетъ также желаемая плоскость круга.

Или

Найденную окружность круга умножь на весь поперешникъ, и произведеніе изъ того раздѣли на четыре, частное число будетъ также желаемая плоскость круга (§. 338.).

Или

Даннаго поперешника возьми квадратъ и сдѣлай слѣдующую посылку: какъ 1000 :

785,

785, или какъ 14: 11, или какъ 452: 355, такъ даннаго поперешника квадратъ будетъ содержаться къ искомой плоскости круга.

Положимъ, что данъ поперешникъ = 56'.
То 100; 314 = 65:

$$\begin{array}{r} 56 \\ \hline 1884 \\ 1570 \end{array} \qquad \frac{56}{2} = 28$$

$$2 \,|\, 17584 \,|\, 8792 \times 28 = 246176 \text{ плоск. круга}$$

Или

$$\begin{array}{r} 17584 \\ 14 \\ \hline 70336 \\ 17584 \\ \hline 246176 \end{array} \text{ плоск. круга таже.} \qquad \frac{56}{4} = 14 \qquad \begin{array}{r} 17584 \\ 56 \\ \hline 105504 \\ 87920 \end{array}$$

$$4 \,|\, 984704 \,|\, 246176$$ плоск. круга таже

Или

$$\begin{array}{r} 56' \\ 56 \\ \hline 336 \\ 280 \\ \hline 3136 = 313600'' \end{array}$$

1000: 785 = 313600: 246176 плоск. круга таже.

ЗАДАЧА LXIV.

§. 365. Найти поперешникъ круга, когда будетъ дана плоскость онаго.

РѢШЕНІЕ.

1. Къ 780, къ 1000 и къ данной плоскости круга на. пр. 246176 найди четвертое пропорціональное Геометрическое число 313600 (§. 173. Ариѳ.), оно будетъ квадратъ искомаго поперешника (§. 363.).

2. Изъ найденнаго четвертаго пропорціональнаго Геометрическаго числа̀ извлеки квадратный радиксъ (§. 264. Ариѳ.), который будетъ искомый поперешникъ, на. пр.

785 : 1000 = 246176 : 3136

Слѣдовательно $\sqrt{}$ 3136 = 56 искомый поперешникъ.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 366. Изъ чего явствуетъ, что естьли плоскость меньшаго круга, на. пр. SEHF
Фиг. вычтется изъ плоскости большаго съ нимъ
148. одноцентрнаго ADBC: то останется плоскость кольца ADBCSEHF.

ЗАДАЧА LXV.

§. 367. Найти плоскость сектора, или вырѣзка изъ круга ACBD, когда будетъ данъ полупоперешникъ круга AC и дуга AB.

РѢШЕНІЕ.

Фиг. 1. Найди къ 7 и 22, или къ 100 и 314,
149. или 113 и 355 и къ данному полупоперешнику AC четвертое пропорціональное Геометрическое число (§. 173. Ариѳ.) и будетъ извѣстна половина окружности круга (§. 276.).

2.

2. Найди также къ 180°, къ найденной половинѣ окружности круга и къ градусамъ данной дуги АВ четвертое пропорціональное Геометрическое число (§. 173. Ариѳ.), чтобъ дуга АВ въ такой же мѣрѣ была, въ какой данъ и полупоперешникъ АС.

3. Наконецъ дугу АВ, превращенную въ прямую линѣю, умножъ на данный полупоперешникъ АС, произведеніе изъ того будетъ желаемая плоскость вырѣзка изъ круга.

Положимъ, что данъ полупоперешникъ АС = 6′

дуга АВ = 60°

То 100 : 314 = 6′ = 600″

600

100 | 188400 | 1884″ половина окруж.

Потомъ 180° : 1884″ = 60°

60

180 | 113840 | 628 дуга АВ въ прямой линѣѣ.

1080

504

360

1450

1440

Наконецъ АВ = 628 × (½ АС = 3) = 1884 плоскость вырѣзка.

ДО-

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Когда плоскость цѣлаго круга равняется плоскости такого треугольника, который имѣетъ основанiемъ всю окружность круга, а высоту равную полупоперешнику онаго (§. 359.): то и плоскость вырѣзка изъ круга можетъ сравниться съ плоскостью такого треугольника, который имѣетъ основанiемъ дугу AB, а высоту равную полупоперешнику круга; почему и плоскость его показаннымъ образомъ найдена справедливо (§. 338.). ч. н. д.

ЗАДАЧА LXVI.

§. 368. Найти плоскость сегмента, или
Фиг. отрѣзка отъ круга, когда будетъ дана вы-
149. сота онаго DE и половинное основанiе AE.

РѢШЕНIЕ.

1. Найди поперешникъ круга (§ 276).

2. На найденномъ поперешникѣ описавъ кругъ (§. 246.), означь въ ономъ основанiе AB.

3. Проведши полупоперешники AC и BC помощiю транспортира, вымѣряй дугу ADB (§. 146.

4. И какъ уже извѣстенъ полупоперешникъ AC, и притомъ найдена дуга ADB: то найди плоскость вырѣзка ACBD (§. 367.)

5. Потомъ найденную плоскость Δ CAB (§. 338.) вычти изъ плоскости вырѣзка ACBD: то останется плоскость отрѣзка ADBEA.

Положимъ, что $AE = 600'''$, $DE = 80'''$: то будетъ $DF = 1205'''$ (§. 268.), дуга $AB = 60°$ (§. 146.); слѣдовательно будетъ плоскость отрѣзка $ADBC = 1884$ (§. 367.). И когда $EC = 522'''$, $\frac{1}{2} AE = 300'''$: то будетъ плоскость $\Delta\ ACB = 156750'''$; слѣдовательно плоскость отрѣзка $AEBDA = 316500'''$.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 369. Естьлижъ потребно будетъ найти большій отрѣзокъ, на пр. BFA: то въ такомъ случаѣ плоскость Δ ACB прикладывается къ плоскости вырѣзка AFBCA.

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 370. Чтобъ для сысканія плоскостей вырѣзка и отрѣзка не находить окружности круга: то для сего градусы, минуты и секунды дугъ въ слѣдующей таблицкѣ изображены такими частицами, какихъ поперешникъ имѣетъ 100000.

Гра-

Градусы	части окруж.	минут.	част. окруж.
1	872	1	14
2	1745	2	29
3	2617	3	43
4	3490	4	58
5	4363	5	72
6	5235	6	87
7	6108	7	101
8	6981	8	116
9	7853	9	130
10	8726	10	145
20	17453	20	290
30	26179	30	436
40	34906	40	581
50	43633	50	727
60	52359	секунд.	0
70	61086	2	$\frac{1}{2}$
80	69813	3	$\frac{1}{2}$
90	78539	4	1
100	87266	5	1
110	95993	6	1
120	104719	7	$1\frac{1}{2}$
130	113446	8	$1\frac{1}{2}$
140	122173	9	2
150	130899	10	2
160	139626	20	4
170	148353	30	7
180	157079	40	9
360	314159	50	12

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 371. Употребленіе сей таблицы есть слѣдующее: положимъ, что данъ поперешникъ

никѣ = 1200''', какъ и въ предыдущей задачѣ, дуга = 60°: то, поелику 60 градусамъ въ таблицѣ соотвѣтствуетъ 52359 частицы поперешника, сдѣлай слѣдующую посылку:

$$100000 : 52359 = 1200'''$$

$$\begin{array}{r} 1200 \\ \hline 104718 \\ 52359 \\ \hline \end{array}$$

100000 | 62830800 | 628''' дуга, въ прямую линѣю приведенная, какъ и выше сего (§. 367.).

Теорема XLIX.

§. 372. Въ прямоугольномъ треугольникѣ ABC квадратъ ипотенузы AC равенъ квадратамъ катетовъ AI и BE, вмѣстѣ взятымъ. Фиг. 150.

Доказательство.

По проведенiи прямыхъ линѣй AE и BF и линѣи BK параллельной съ CF, произойдетъ Δ ACE съ квадратомъ CEDB имѣющiй одно основанiе и состоящiй между однѣми и тѣмижъ параллельными линѣями, и слѣдовательно равный половинѣ сего (§. 290.); также и Δ BCF равенъ половинѣ параллелограмма LCFK по той же причинѣ. Но поелику x = o (§. 131.): то

x +

x † y = o † y (§. 35. Ариө.); также BC = CE и AC = CF (§. 68.). И такъ Δ ACE = Δ BCF (§. 151.); слѣдовательно BCDE = LCFK Такимъ же образомъ доказывается, что AHIB = ALKG. Почему BCED † AHIB = LCFK † ALKG, или BCED † AHIB = ACFG. ч. н. д.

Другое доказательство.

Фиг. 151. Поелику ∠ ACB есть прямой (§. 260.): то на линѣѣ AB можно начертить полкруга, которой пройдетъ чрезъ точку C, изъ которой, ежели на линѣю AB опустится перпендикулярная линѣя CD (§. 165.): то произойдутъ три прямоугольные треугольника ACB, ADC и CDB, изъ коихъ въ двухъ ACB и ADC ∠ m = ∠ m, q = ∠ ACB (§. 131.), слѣдовательно и третій ∠ p = ∠ n (§. 203.), и по тому оба сіи треугольника ACB и ADC между собою подобны (§. 205.); чего ради служитъ здѣсь слѣдующая пропорція AB : AC = AC : AD, и такъ $AC^2 = AB \times AD$ (§. 136. Ариө.). Потомъ въ другихъ двухъ треугольникахъ ACB и CDB также ∠ p = ∠ p (§. 30. Ариө.), ∠ r = ∠ ACB (§. 131.), слѣдовательно и третій ∠ o = ∠ m (§. 203.), и по тому оба сіи треугольника ACB и CDB также между собою подобны (§. 205.). Чего ради и здѣсь служитъ слѣдующая пропорція : AB : BC = BC : BD, и такъ $BC^2 = AB \times BD$ (§. 136. Ариө.; почему

AC

$AC^2 + BC^2 = AB \times AD + AB \times BD$;

Или $AC^2 + BC^2 = AB \times (AD + BD)$.

Но какъ $AD + BD = AB$ по положенію;

То $AC^2 + BC^2 = AB \times AB$ (§. 31. Ариѳ.),

Или $AC^2 + BC^2 = AB^2$. ч. н. д.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 373. Сія теорема называется Пиѳагоровою по тому, что изобрѣлъ оную Пиѳагоръ. Для несравненной же пользы, какую она въ наукѣ о величинахъ приноситъ, именуется *Мастерскимъ въ Математикѣ, предложеніемъ* (Magister Matheseos) и теоремою достойною *ста волов* (Hecatombe) Витрувій объявляетъ, что сія истинна изобрѣтена Пиѳагоромъ тогда, когда онъ узналъ, что прямоугольный треугольникъ составляется тогда, когда всѣ три бока онаго имѣютъ содержаніе между собою чиселъ 3, 4, 5, потому что двухъ первыхъ боковъ квадраты, вмѣстѣ взятые 9 + 16, равняются квадрату третьяго бока 25. То же происходитъ, когда бока онаго имѣютъ содержаніе слѣдующихъ чиселъ 6, 8, 10, такожъ 12, 16, 20.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 374. Изъ доказательства выше предложенной теоремы (§. 372.) явствуетъ, что, ежели квадраты катетовъ будутъ даны

ны въ числахъ, то изъ суммы оныхъ извлеченный квадратный радиксъ будетъ изображать величину ипотенузы. Естьлижъ изъ квадрата ипотенузы вычтется квадратъ котораго нибудь катета, и изъ остатка извлечется квадратный радиксъ, то оный будетъ изображать величину другаго катета.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 375. Здѣсь можно упомянуть о неизмѣримыхъ количествахъ, которыя въ линѣяхъ, а не въ числахъ изображены
Фиг. быть могутъ. На пр. діагональная линѣя,
152. въ квадратѣ проведенная BG почитается несоизмѣримою боку квадрата, поелику $BL^2 + LG^2 = BG^2$ (§. 372.); положимъ, что бокъ квадрата $BL = 1$, то $BG = 2$; и какъ изъ сего числа не можно извлечь полнаго и совершеннаго радикса (§. 257.): то по тому діагональная линѣя BG къ боку квадрата BL не имѣетъ такого содержанія, какое имѣетъ число къ числу, или есть не соизмѣримая боку квадрата. Притомъ въ той же фигурѣ, естьли линѣи FG и GK, между коими средняя пропорціональная линѣя есть LG (§. 261.), будутъ имѣть между собою содержаніе такихъ чиселъ, какъ 3 : 2, между которыми среднято про-

пропорціональнаго числа̀ полнаго и совершеннаго имѣть не можно, то и линѣя LG, поелику изъ плоскости прямоугольнаго продолговатаго четвероутольника, то есть, изъ произведенія, происшедшаго изъ умноженія одного бо́ка на другой (§. 326.), то есть, изъ 6, равнаго квадрату средней пропорціональной линѣи LG, совершеннаго радикса извлечь не можно, будетъ также не соизмѣримая линѣямъ FG и GK.

ЗАДАЧА LXVII.

§. 376. Сдѣлать квадратъ равный двумъ даннымъ квадратамъ.

РѢШЕНІЕ.

Положимъ, что даны бока̀ двухъ квадратовъ AB и BC: то

1. Бока̀ данныхъ квадратовъ соедини подъ прямымъ угломъ. Фиг. 153.

2. Потомъ проведи линѣю AC, то будетъ $AC^2 = AB^2 + BC^2$

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Поелику AC есть ипотенуза, то AB и BC будутъ катеты прямоугольнаго Δ ABC (§. 67.); слѣдовательно $AC^2 = AB^2 + BC^2$ (§. 372.). ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 377. Равнымъ образомъ можетъ сдѣланъ быть квадратъ равный тремъ даннымъ и проч. квадратамъ.

Положимъ, что даны бока квадратовъ AD, AB и BC; то AB и BC соединивъ
Фиг. 154. подъ прямымъ угломъ, проведи ипотенузу AC, потомъ AD и AC также соединивъ подъ прямымъ угломъ, проведи ипотенузу DC (§. 376.), то будетъ

$$DC^2 = AD^2 + AB^2 + BC^2$$

По тому что $DC^2 = AD^2 + AC^2$ (§. 372.).

Но какъ $AC^2 = AB^2 + BC^2$;

То $DC^2 = AD^2 + AB^2 + BC^2$.

ЗАДАЧА LXVIII.

Сдѣлать два квадрата равные двумъ даннымъ не равнымъ квадратамъ.

РѢШЕНІЕ.

Положимъ, что даны бока не равныхъ квадратовъ AB и AC, то

Фиг. 155. 1. AB и AC соединивъ подъ прямымъ угломъ, проведи линѣю BC (§. 376.).

2. Потомъ въ точкахъ B и C означивъ по половинѣ прямаго угла, проведи линѣи BD и CD, которыя взаимно пересѣкутся въ точкѣ D и составятъ равнобедренный Δ BDC (§. 67.), въ которомъ, поелику при основаніи находящіеся углы DBC и DCB суть половинные прямаго по положенію, $\angle$ BDC будетъ прямой (§. 197. 199. и 130.); и по тому

$$BC^2 = BD^2 + CD^2 \quad (§. 372.)$$

Также $BC^2 = BA^2 + CA^2$ (§. 372.).

Сдѣ-

Слѣдовательно $BD^2 + CD^2 = BA^2 + CA^2$ (§. 32. Арио.)

Но какъ BD^2 и CD^2 суть квадраты равныхъ линѣй: то они между собою и даннымъ двумъ квадратамъ BA и CA сдѣланы точно равные.

ЗАДАЧА LXIX.

§. 379. Вычесть квадратъ изъ квадрата.

РѢШЕНІЕ.

Положимъ, что даны бока квадратовъ AB и AC, то

1. На бокѣ даннаго большаго квадрата, на пр. на AB, такъ какъ на прямой линѣѣ начерти полкруга (§. 87. и 246.). Фиг. 156.

2. Изъ которой нибудь крайней точки даннаго бока большаго квадрата на пр. изъ A къ начерченной половинѣ окружности проведи меньшаго даннаго квадрата бокъ AC, то отъ точки C, до точки B проведенная линѣя BC будетъ разность двухъ данныхъ квадратовъ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Δ ACB есть прямоугольный, по тому что $\angle ACB = 90^\circ$ (§. 260.): то будетъ $AB^2 = AC^2 + BC^2$ (§. 372.); слѣдовательно $AB^2 - AC^2 = BC^2$ (§. 374.). ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 380. Изъ вышепоказанныхъ предложеній можно теперь вывести легчайшій способъ для возстановленія перпендикулярной

ной линѣи на концѣ другой. Положимъ, что въ точкѣ А прямой линѣи ВА требуется
Фиг возставить перпендикулярную линѣю АС:
157. то линѣю ВА раздѣливъ на какіянибудь три равныя части, изъ точки В раствореніемъ циркула, которое бы равно было 5 равнымъ такимъ же частямъ, начерти дугу надъ линѣею ВА, а изъ другой крайней точки А раствореніемъ циркула, которое бы равно было 4 такимъ же частямъ, также начерти дугу: то изъ точки С, гдѣ тѣ дуги пересѣкаются взаимно между собою, къ точкѣ А проведенная линѣя АС будетъ перпендикулярная. Поелику АВ=3, АС=4, а ВС=5: то сумма квадратовъ обѣихъ сторонъ ВА и АС равна одному квадрату стороны ВС, по тому что 9 † 16 =25 (§. 373.). И такъ Δ АСВ есть прямоугольный, и слѣдовательно при точкѣ А находится уголъ прямый (§. 372.), почему и линѣя АС есть перпендикулярная къ АВ (§. 49.).

ТЕОРЕМА L.

§. 381. Ежели въ двухъ треугольникахъ два бока одного будутъ равны двумъ бокамъ другаго и уголъ, между двумя боками перваго заключающійся, будетъ дополненіемъ угла, между двумяжъ боками другаго заключающагося: то такіе два треугольника суть равны между собою.

до-

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Положимъ, что AB = DC, BE = DF, ∠ CDF есть дополненiемъ ∠ ABE, то есть, ∠ CDF + ∠ ABE = 180°; то Δ AEB = Δ DCF

Продолжи AB до G такъ, чтобъ было BG = DC = AB, и проведи линѣю HI параллельную съ AG, (§. 155.), то ∠ EBG будетъ дополненiемъ ∠ ABE (§. 133. и 136.) по самому рѣшенiю, а ∠ FDC дополненiемъ тогожъ угла по положенiю; слѣдовательно ∠ EBG = ∠ FDC. Притомъ BG = DC по самому рѣшенiю, а BE = DF по положенiю; слѣдовательно Δ BEG = Δ DFC (§. 151.). Но какъ Δ AEB = Δ BEG (§. 335.); слѣдовательно Δ AEB = Δ DFC (§. 32. Ариѳ.). ч. н. д. Фиг. 158.

ТЕОРЕМА LI.

§. 382. Ежели на бокахъ Δ ABC будутъ начерчены три квадрата AG, BH, и BI, и бока оныхъ противоположенные бокамъ треугольника соединятся: то изъ того произойдутъ три другiе треугольника такiе, изъ которыхъ каждый будетъ равенъ первому данному.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Фиг. 152.

Два бока BD и BE равны двумъ бокамъ BA и BC (§. 68.); притомъ четыре угла, которыхъ мѣрою есть кругъ B, вмѣстѣ взятые, составляютъ 360° (§. 139.), изъ

коихъ два угла ABD и CBE суть прямые (§. 68.); слѣдовательно другіе два угла DBE и ABC, вмѣстѣ взятые, равняются двумъ прямымъ угламъ; и по тому ∠ ABC есть дополненіемъ ∠ DBE, между двумя равными боками заключающагося (§. 381.); слѣдовательно Δ DBE = Δ ABC (§. 151.). Равнымъ образомъ доказывается, что и другіе два треугольника AIF и GCH суть равны во особливости Δ ABC. ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 383. Ежели на всѣхъ бокахъ трапеція ABCD будутъ означены четыре квадрата и бока оныхъ соединятся линѣями: то изъ того произойдутъ четыре треугольника, коихъ всѣхъ плоскости, вмѣстѣ взятыя, равняются плоскости трапеція вдвое взятой. Ибо Δ ECF = Δ BDC, Δ HAG = Δ BAD (§. 382.): слѣдовательно два треугольника ECF и HAG, вмѣстѣ взятые, равны трапецію ABCD. Равнымъ образомъ доказывается, что и другіе два треугольника равняются томуже трапецію.

Фиг. 160.

ТЕОРЕМА LII.

§. 384. Всякая точка діагональной линѣи AC, проведенной въ квадратѣ ABCD, равно отстоитъ отъ двухъ боковъ AB и AD тогожъ квадрата.

ДО-

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Δ ACB = Δ ACD (§. 289.); и потому ∠ EAG = ∠ EAF (§. 86.), притомъ линѣи EG и EF, кои измѣряютъ разстоянїе точки E, суть перпендикулярны; слѣдовательно ∠ AGE = ∠ AFE (§. 49.), такожъ AE = AE (§. 30. Ариѳ.); чего ради Δ AEG = Δ AEF (§. 152.) и потому бока оныхъ суть пропорцїональные между собою (§. 210.). Почему служитъ здѣсь слѣдующая пропорцїя: Фиг. 161.

EG : EF = EA : AE

Но какъ EA = AE

То будетъ EG = EF ч. н. д.

ТЕОРЕМА LIII.

§. 385. Ежели прямая линѣя AB раздѣлится на двѣ равныя части въ точкѣ C и приложится къ ней другая прямая линѣя BD: то изъ цѣлой линѣи AD и приложенной BD составленный прямоугольный продолговатый четвероугольникъ AI съ квадратомъ изъ половинной части BC будетъ равенъ квадрату, составленному изъ приложенной линѣи BD и половинной части BC. Фиг. 162.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Положимъ, что линѣя BG параллельна съ линѣею DE, IK † KL параллельна съ DC † CA, и въ квадратѣ CDEF проведенная дїагональная линѣя DF будетъ раздѣляю-

щая тѣ параллельныя линѣи въ точкѣ H; то BI и KG будутъ квадраты (§. 384) и KG будетъ квадратъ, происшедшій изъ линѣи KH, или изъ линѣи CB = KH; притомъ HE и CH суть параллелограммы, между собою равные, поелику не раздѣляетъ ихъ діагональная линѣя FD (§. 292.) и CH = AK, поелику имѣютъ одно основаніе и одну высоту по положенію (§. 333); слѣдовательно HE = AK (§. 32. Ариѳ.) Почему

$$AI + KG = CE$$

Такожъ $AI + KG = CI + KG + HE$

Или $AK = HE$

Но $CI + KG + HE = CE$

То $AI + KG = CE$. ч. н. д.

ТЕОРЕМА LIV.

§. 386. Ежели прямая линѣя BC раздѣлится на равныя части въ точкѣ D, и на не равныя въ точкѣ E: то прямоугольный продолговатый четвероугольникъ BH,
Фиг. составленный изъ не равныхъ линѣй BE и
163. EC съ квадратомъ средней части DE, будетъ равенъ квадрату, составленному изъ половинной части всей линѣи BC.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Положимъ, что линѣи HM и MI, вмѣстѣ взятыя, параллельны съ линѣями BD и DC, вмѣстѣжъ взятыми, а NE параллель-

лельна съ LD, линѣяжъ LC діагональная; то MN и EI будутъ два квадрата (§. 384); MN квадратъ, происшедшій изъ MF=DE; слѣдовательно и DE будетъ квадратъ; BF же есть прямоугольный продолговатый четвероугольникъ, происшедшій изъ линѣи BE, и EC=CI=EF; и такъ прямоугольный продолговатый четвероугольникъ BF съ квадратомъ MN = квадрату DG, по тому что BM=DI (§. 333.); притомъ DF =FG (§. 292.); слѣдовательно.

$$BM + DF,\ \text{или}\ BF = DI + FG$$

Также $BF + MN = DI + FG + MN$

Но $DI + FG + MN = DG$

То $BF + MN = DG$ (§. 32. Ариѳ.). ч. н д.

ТЕОРЕМА LV.

§. 387. Въ косоугольномъ треугольникѣ ACB квадраты боковъ BC и AC, вмѣстѣ взятые, превышаютъ квадратъ бока AB, противоположеннаго острому углу C, дважды взятымъ четвероугольникомъ, происшедшимъ изъ всей линѣи BC и отрѣзка FC. Фиг. 164.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

$$BC^2 = BP^2 + FR^2 + OM + QE$$
$$AC^2 = FC^2 = FR^2 + AF^2$$

$$BC^2 + AC^2 = BP^2 + FR^2 + OM + QE + FR^2 + AF^2$$

Или $BC^2 + AC^2 = BP^2 + 2FR^2 + OM + QE + AF^2$

Но

Но какъ $OM + QE + 2FR^2 = 2FE$

То $BC^2 + AC^2 = BP^2 + 2FE + AF^2$

Но какъ также $BP^2 + 2AF^2 = AB^2$

То $BC^2 + AC^2 = AB^2 + 2FE$. ч. н. д.

ЗАДАЧА LXX.

§. 388. Въ косоугольномъ ΔABC даны
Фиг. всѣ бокà, на пр. BC, AC и AB; найти вы-
164. соту AF и плоскость даннаго треугольника.

РѢШЕНІЕ.

1. Квадратъ бóка AB вычти изъ суммы квадратовъ боковъ AC и BC, останется плоскость четвероугольника FE, вдвое взятая (§. 387.).

2. Изъ найденнаго остатка возми половину, и будетъ извѣстна плоскость четвероугольника FE, которую раздѣливъ на извѣстный бокъ $CE = BC$, частное число будетъ CF (§. 68. Ариѳ.).

3. На конецъ найденнаго отрѣзка CF квадратъ вычти изъ квадрата бóка AC, останется квадратъ искомой высоты AF, изъ котораго, извлекши квадратный радиксъ, получишь въ простомъ знаменованіи высоту AF; знавъ же высоту, найдешь и плоскость даннаго треугольника (§. 338.). на пр.

$CB = 21 \quad AC = 17 \quad AB = 10$

$$\begin{array}{r} 21 \\ \underline{21} \\ 21 \\ \underline{42} \\ 441 = CB^2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 17 \\ \underline{17} \\ 119 \\ \underline{17} \\ 289 = AC^2 \end{array} \quad \begin{array}{r} 10 \\ \underline{10} \\ 100 = AB^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 441 \\ \underline{289} \\ 730 = BC^2 + AC^2 \\ AB^2 = \underline{100} \\ 630 = 2\,FE \end{array} \quad \begin{array}{r} 15 \\ \underline{15} \\ 75 \\ \underline{15} \\ 225 = CF^2 \end{array}$$

$2 \mid 630 \mid 315 = FE$

$CE = BC = 21 \mid 315 \mid 15 = CF$

$AC^2 = 289$
$FC^2 = \underline{225}$
$\sqrt{64} \mid 8 = AF$ искомая высота.

$BC = 21$
$AF = \underline{8}$
$2 \mid 168 \mid 84$ искомая плоскость.

Другимъ образомъ.

1. Сложи всѣ бокà даннаго треугольника и сумму раздѣли на 2.

2. Изъ частнаго числà вычти по порядку всѣ бокà и замѣть происшедшія изъ того разности.

3. Которую нибудь разность умножъ на половину суммы боковъ, и происшедшее изъ того произведеніе также умножъ на другія разности.

4. Изъ послѣдняго произведенія извлеки квадратный радиксъ, который покажетъ желаемую плоскость треугольника. На пр.

BC = 21	24	24	24
AC = 17	21	17	10
AB = 10	3	7	14

2 | 48 | 24

3
7
21
14
84
21
294
24
1176
588
√ 7056

√ 7056 | 84 вѣрно. т. е. такаяжъ плоскость.

ЗАДАЧА LVI.

Фиг. 165. §. 389. Плоскость луначки ADBE равна плоскости треугольника ABF.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Когда $AF^2 = AC^2 + CF^2$ (§. 272.): то четверть круга AEBF равна половинѣ круга ADBC по тому, что круги содержатся между собою такъ, какъ квадраты полупоперешниковъ (§. 361, 362 и 363). Но какъ кругъ полупоперешникомъ AF есть вдвое больше того круга, который описанъ полупопереш-

шни-

шникомъ АС, то четвертая доля того равна половинѣ сего. И какъ естьли отъ равныхъ, то есть, отъ четверти круга AEBF и полкруга ADBC отнимешь равное на пр. въ срединѣ находящееся пространство AECB, то останутся равныя, то есть, луначка ADEB = △ ABF (§. 36. Ариѳ.). ч. н. д.

ЗАДАЧА LXXI.

§. 390. Найти плоскость луначки ADEB.

РѢШЕНІЕ.

1. Полупоперешникъ АС описавъ на линѣѣ AB полкруга такъ, чтобъ было AC = CF, проведи ипотенузу AF, и оною, такъ какъ полупоперешникомъ, изъ точки F опиши четверть круга AEB.

2. Потомъ изъ основанія BA и высоты CF, которая есть половинная часть основанія, такъ какъ изъ извѣстныхъ линѣй, найди плоскость △ ABF (§. 338.), которая будетъ равна плоскости луначки (§. 389.). ч. н. с. и д.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 391. Квадратуру такой луначки первый изобрѣлъ Иппократъ Хіїскій: почему и называется она *Иппократовою луначкою* (Lunula Hippocratis).

ГЛАВА СЕДЬМАЯ.

О СНИМАНИИ ПЛАНОВЪ, ИЛИ СОЧИНЕНИИ ЧЕРТЕЖЕЙ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXV.

§. 392. *Планомъ*, или *чертежемъ* (Ichnographia) называется такая фигура, которая изображеніе какой нибудь плоской поверхности въ маломъ видѣ, помощію Геометрическаго размѣра, начерченное представляетъ.

ЗАДАЧА LXXII.

§. 393. Снять планъ съ такой плоскости, чрезъ которую вездѣ ходить можно.

РѢШЕНІЕ.

Фиг. 166. 1. Вымѣряй назначенной плоскости ABCDE всѣ бока AB, BC, CD, DE, и EA.

2. Вымѣряй также и діагональныя линѣи BE и BD.

3. Потомъ проведи на бумагѣ взятую по уменьшенному маштабу линѣю ab = AB и изъ a раствореніемъ циркула ae равнымъ AE и также взятымъ по уменьшенному маштабу, начерти дугу, а изъ b раствореніемъ циркула be = BE и также взятымъ по уменьшенному маштабу, начерти другую дугу, которая пересѣчетъ первую въ точкѣ e.

4.

4. Изъ точки е растворенiемъ циркула ed = ED, а изъ b растворенiемъ циркула bd = BD начерти дуги, взаимно пересѣкающiяся въ d.

5. Также изъ точки d растворенiемъ циркула dc = DC, а изъ b растворенiемъ циркула bc = BC начерти дуги, взаимно пересѣкающiяся въ c.

6. На конецъ точки a и e, c и d, d и c, такожъ c и b соедини прямыми линѣями, и произойдетъ желаемый планъ, или фигура abcde ∽ ABCDE.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Въ треугольникахъ abe, ebd и dbc всѣ бока пропорцiональны бокамъ треугольниковъ, назначенныхъ на́ полѣ, ABE, EBD и DBC по самому рѣшенiю; слѣдовательно и углы въ оныхъ находятся равные (§. 153.). По чему и въ цѣломъ видѣ взятая фигура abcde подобна фигурѣ, назначенной на́ полѣ ABCDE (§. 205. и 210.). ч. н. д.

ПРИМѢЧАНIЕ.

§. 394. Изъ самаго рѣшенiя явствуетъ, что точность плана зависитъ отъ точнаго измѣренiя линѣи AB, которая въ такихъ случаяхъ называется *основанiемъ*, и отъ точнаго измѣренiя угловъ. И чтобъ о семъ удостовѣриться, то перешедши на мѣсто

Е, должно вымѣрять углы АВЕ, ЕВD, и DВС, и смотрѣть, ежели во всякомъ изъ сихъ треугольниковъ сумма всѣхъ угловъ будетъ составлять 180°: то почитать, что углы вымѣряны вѣрно; ежелижъ сумма всѣхъ угловъ будетъ больше, или меньше 180°: то, поелику не извѣстно, который уголъ не справедливо вымѣрянъ, погрѣшность должно раздѣлить по всѣмъ угламъ треугольника пропорціонально градусамъ каждаго угла, чтобъ сумма всѣхъ составляла 180°. На пр. ежелибы въ треугольникѣ АВЕ найдено было, что $\angle A = 125^\circ \dagger 45'$, $\angle E = 34^\circ \dagger 40'$, $\angle B = 20^\circ \dagger 17'$: то сумма всѣхъ будетъ $= 180^\circ \dagger 42'$. И чтобъ опредѣлить, сколько минутъ у каждаго угла убавить дожно, то посылай: $180^\circ : 125^\circ \dagger 45' = 42'$, четвертое пропорціональное число $29' \dagger 20''$ будетъ число минутъ и секундъ, которыми уголъ А уменьшить должно; потомъ посылай: $180^\circ : 34^\circ \dagger 40' = 42$, четвертое пропорціональное число $8' \dagger 5''$ будетъ число минутъ и секундъ, которыми уголъ Е убавить должно. Для углажъ В будетъ $4' \dagger 35''$, которыми его убавить надлежитъ. Почему въ выкладкахъ должно положить $\angle A = 125^\circ \dagger 15' \dagger 40''$, $\angle E = 30^\circ \dagger 31' \dagger 55''$ и $\angle B = 20^\circ \dagger 12' \dagger 25''$. Равнымъ образомъ поправляются углы и въ про-

прочихъ треугольникахъ, ежели вторично вымѣрять тѣже углы не захочешь.

Другимъ образомъ.

1. Поставивъ столикъ въ срединѣ назначенной плоскости, на пр. въ о, и къ шпилькѣ воткнутой въ о приложивъ линѣйку съ мишенями, ко всѣмъ угламъ означь на столикѣ линѣи. Фиг. 167.

2. Вымѣрявъ длины линѣй oA, oB, oC, oD и oE, сдѣлай онымъ равныя, по уменьшенному машкабу взятыя oa, ob, oc, od и oe.

3. На конецъ крайнія сихъ линѣй точки соедини прямыми линѣями и произойдетъ желаемый планъ, или фигура a b c d e ∽ A B C D E.

Доказательство.

Въ треугольникахъ AoB и aob, BoC и boc, CoD и cod, DoE и doe, EoA и eoa, бока Ao, Bo, Co, и проч. пропорціональны бокамъ ao, bo, co и проч. по самому рѣшенію, и углы, между тѣми боками находящіеся, суть общіе: то прочіе углы будутъ равны между собою (§. 151.) и прочіе бока пропорціональны (§. 210.); почему и въ цѣломъ видѣ взятая фигура a b c d e ∽ A B C D E (§. 205.). ч. н. д.

Третьимъ образомъ.

1. Поставивъ въ срединѣ назначенной плоскости Астролябію, на пр. въ точкѣ о,

вымѣряй углы AoB, BoC, CoD, DoC и EoA (§. 146.).

2. Вымѣряй также линѣи oA, oB, oC, oD и oE и на бумагѣ означь по уменьшенному машпабу прямую линѣю oa = oA.

3. Потомъ въ точкѣ o на линѣѣ oa сдѣлавъ ∠aob = AoB проведи линѣю ob = oB, такожъ на линѣѣ ob въ точкѣ o сдѣлавъ ∠boc = BoC проведи линѣю oc = oC (§. 167.).

4. На конецъ прочїе углы cod = CoD, doe = DoE, eoa = EoA означь, и проведши линѣи od = oD, oe = oE, крайнїя оныхъ точки соедини прямыми линѣями, и произойдетъ желаемый планъ, или фигура abcde ∽ ABCDE (§. 151. 205. и 210.). ч. н. с. и. д.

ЗАДАЧА LXXIII.

§. 395. Снять планъ съ такой плоскости, чрезъ которую вездѣ ходить не можно.

РѢШЕНІЕ.

Случай первой: *Когда крайнїя точки означенной на полѣ плоскости могутъ видны быть изъ двухъ станцїй*: то

Фиг. 1. Выбравъ двѣ станцїи F и G, въ первой
168. изъ оныхъ поставь столикъ, и воткнувъ на ономъ шпильку въ o, приложи линѣйку съ мишенями, и по оной какъ къ другой

стан-

станцїи G, такъ и къ верьхамъ всѣхъ угловъ плоскости означь на столикѣ линѣи.

2. Вымѣрявъ разстоянїе станцїй GF и по уменьшенному маштабу взявъ оное, означь на линѣѣ oS и столикъ со всѣми на немъ назначенными линѣями перенеси въ другую станцїю такъ, чтобъ линѣя опредѣленная по маштабу oS была параллельна съ GF.

3. Къ точкѣ S приложивъ также линѣйку съ мишенями, означь по оной къ верьхамъ всѣхъ угловъ прямыя линѣи, и гдѣ оныя пересѣкутъ линѣи, въ первой станцїи означенныя, тамъ будутъ крайнїя точки желаемаго плана, которыя потомъ соединивъ прямыми линѣями, произойдетъ фигура въ маломъ видѣ представляющаяся подобна той, которая нá полѣ назначена.

ДРУГИМЪ ОБРАЗОМЪ.

Естьли чрезъ Астролябїю вымѣряешь всѣ углы, которые въ точкахъ o и S находятся, и разстоянїе станцїй вымѣрянное саженью опредѣлишь по уменьшенному маштабу: то изъ одного бóка и нѣсколько извѣстныхъ угловъ составится фигура въ маломъ видѣ подобная нá полѣ означенной (§. 394.).

Случай второй: *Когда крайнія точки означенной на́ полѢ плоскости не могутЪ видны быть изЪ двухЪ станцій:* то

Фиг. 169. 1. ВЪ какомЪ нибудь углѢ означенной на́ полѢ плоскости поставь столикЪ, и на ономЪ воткнувЪ шпильку и приложивЪ кЪ оной линѢйку сЪ мишенями, кЪ ближайшимЪ угловЪ верьхамЪ B и E означь линѢи взятыя по уменьшенному машшабу ab=AB, ae=AE.

2. ПотомЪ перенеси столикЪ вЪ B сЪ означенными вЪ первой станціи линѢями и приложивЪ линѢйку сЪ мишенями кЪ шпилькѢ воткнутой вЪ B, означь также по уменьшенному машшабу линѢю bc=BC.

3. На конецЪ вЪ C, D и E перенесши столикЪ и такоежЪ дѢйствіе повторивЪ, заключишь окружность всей фигуры, и произойдетЪ желаемый планЪ, то есть, составится фигура abcde ∽ ABCDE.

ДРУГИМЪ ОБРАЗОМЪ.

Естьли чрезЪ Астролябію вымѢряешь всѢ углы A, B, C и проч. такожЪ бока AB, BC, CD и проч. то помощію транспортира и уменьшеннаго машшаба можешь дома составить фигуру вЪ маломЪ видѢ представляющуюся abcde подобную означенной на́ полѢ ABCDE.

ПРИ-

ПРИМѢЧАНІЕ 1.

§. 396. Естьли въ обоихъ случаяхъ послѣдняя линѣя не совершеннымъ образомъ будетъ заключать всю фигуру, то есть: естьли она будетъ или очень длинна, или коротка, то въ такомъ случаѣ или у всѣхъ угловъ назначенной фигуры нѣсколько убавить, или къ онымъ нѣсколько прибавить, пока она въ разсужденіи своей мѣры точно не помѣстится въ своемъ мѣстѣ (§. 394.).

ПРИМѢЧАНІЕ 2.

§. 397. Ежели на листѣ бумаги, которой положенъ на столикѣ, не умѣщается вся фигура какой плоскости: то на ономъ, когда вся какая нибудь линѣя означена быть не можетъ, означивъ токмо нѣкоторую часть ея, должно приложить къ тому другой листъ, и на семъ всю ту линѣю въ надлежащей мѣрѣ означить и потомъ продолжать по порядку означенія линѣй и угловъ до тѣхъ поръ, пока со всей плоскости не будетъ снятъ планъ. Естьлижъ и другаго листа не будетъ доставать: то можно присовокупить къ тому третій листъ, и такъ далѣе.

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 398. При снятіи плановъ, сверьхъ взаимнаго положенія примѣчанія достой-

ныхъ мѣстъ, требуется и положенiе ихъ въ разсужденiи странъ свѣта. Къ познанiю сего по большей части употребляется компасъ, по тому что магнитная стрѣлка концами своими склоняясь къ полюсамъ земнымъ, представляетъ меридiанъ мѣста, надъ которымъ центръ ея стоитъ; и когда на пр. станешь лицемъ къ сѣверу, которой всегда на стрѣлкѣ означается особливымъ знакомъ: то въ правой сторонѣ будетъ востокъ, въ лѣвой западъ, а позади югъ. И такъ, когда чрезъ одно которое нибудь мѣсто на бумагѣ будетъ проведена меридiональная линѣя: то видно будетъ положенiе прочихъ въ разсужденiи странъ свѣта. И такъ, чтобъ на планѣ начерченномъ провесть меридiональную линѣю, ничего больше не требуется, какъ замѣтить положенiе стрѣлки въ разсужденiи котораго нибудь другаго мѣста. На пр. ежелибы примѣчено было, что поставя
Фиг. 166. компасъ въ точкѣ E, мѣсто D склоняется отъ стрѣлки въ правую сторону на 60°: то на бумагѣ должно провесть токмо линѣю FP такъ, чтобъ ∠ PED равенъ былъ 60°; такимъ образомъ видно будетъ, которыя мѣста лежатъ къ востоку и которыя къ западу; мѣстожъ, котораго мериди-

діанѣ опредѣляется, обыкновенно берется то, отѣ котораго дѣйствія начинаются.

ЗАДАЧА LXXIV.

§. 399. Назначить въ маломѣ видѣ на бумагѣ въ разсужденій четырехѣ странѣ свѣта плоскость, на́ полѣ означенную ABCDE.

РѢШЕНІЕ.

1. Вымѣряй означенной на́ полѣ плоскости бока́ AB, BC, CD, DE, и EA. Фиг. 170.

2. Поставивѣ компасѣ вѣ верьху угла A, наведи мишени на верьхѣ угла B, поставивѣ же компасѣ вѣ верьху угла B, наведи мишени кѣ верьху угла C, и такѣ далѣе станови компасѣ при верьхахѣ всѣхѣ угловѣ означенной на́ полѣ плоскости и замѣчай наклоненія магнитной стрѣлки отѣ полудня, или отѣ полуночи кѣ востоку, или за́паду, и также означь на бумагѣ длины линѣй AB, BC и проч. на пр. отѣ линѣи AB = 20° магнитная стрѣлка имѣетѣ наклоненіе кѣ зюйду весту на 56°; отѣ BC = 13° † 6′ кѣ зюйду осту на 20°; отѣ CD = 13° † 1 кѣ норду осту на 87°; отѣ DE = 21° † 2″ кѣ нордужѣ осту на 9°; отѣ EA = 11° † 4′ кѣ зюйду весту на 80°.

3. Потомѣ проведи на бумагѣ прямую линѣю SN, коей крайняя точка S по положенію пусть означаетѣ полдень, а другая крайняя той же линѣи точка N пусть означаетѣ полночь.

4. На линѣѣ SN по изволенiю взявъ точку a, приложи къ оной центръ транспортира, и отточи на ономъ для линѣи ab внизъ отъ полудня въ правую сторону къ западу 56°, и чрезъ предѣлъ тѣхъ градусовъ проведи прямую линѣю ab = AB.

5. Чрезъ точку b проведши параллельную линѣю съ SN и приложивъ къ оной центръ транспортира, отточи на ономъ для линѣи BC внизъ въ лѣвую сторону къ востоку 20°, и чрезъ предѣлъ тѣхъ градусовъ проведи линѣю bc = BC.

6. Чрезъ точку c проведши также параллельную линѣю и приложивъ къ оной центръ транспортира, отточи на ономъ для линѣи cd въ верьхъ отъ полуночи въ лѣвую сторону къ востоку 8°, и чрезъ предѣлъ тѣхъ градусовъ проведи линѣю cd = CD; и такъ далѣе всѣ бока означивъ, получишь фигуру abcde въ маломъ видѣ означенную въ разсужденiи четырехъ странъ свѣта и подобную на полѣ назначенной ABCDE.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Магнитная стрѣлка всегда соотвѣтствуетъ тойже меридiональной линѣѣ, въ коробочкѣжъ внизу другiя линѣи подъ стрѣлкою изображенныя находятся, которыя показываютъ, на сколько градусовъ

бока̀ фигуры уклоняются отъ меридіональной линѣи; но меридіональной линѣѣ соотвѣтствуетъ на бумагѣ изображенная линѣя SN и съ оною параллельныя другія проведенныя линѣи, отъ коихъ бока̀ фигуры abcde на столько градусовъ уклоняются по самому рѣшенію, на сколько и бока̀ фигуры ABCDE; слѣдовательно фигура abcde въ маломъ видѣ представляющаяся изображена въ разсужденіи четырехъ странъ свѣта и имѣетъ такоежъ положеніе, какъ и фигура на́ полѣ означенная. ч. н. д.

ЗАДАЧА LXXV.

§. 400. Означить въ большемъ видѣ фигуру на́ полѣ, въ маломъ видѣ изображенную на бумагѣ.

РѢШЕНІЕ.

1. Означь углы на́ полѣ всѣмъ угламъ фигуры, на бумагѣ изображенной, равные (§. 169.).

2. Бока̀ угловъ помощію сажени сдѣлай равные бокамъ фигуры, на бумагѣ изображенной; и такимъ образомъ съ бумаги на́ поле перенесена будетъ данная фигура. ч. н. с. и. д.

ГЛАВА ВОСЬМАЯ.

О РАЗДѢЛЕНІИ ПЛОСКОСТЕЙ.

ЗАДАЧА LXXVI.

§. 401.

Раздѣлить Δ ABC на три равныя части.

РѢШЕНІЕ.

Фиг. 171. 1. Раздѣли основаніе AB даннаго треугольника на три равныя части въ точкахъ D и E.

2. Изъ верьху C треугольника къ точкамъ D и E проведи прямыя линѣи CD и CE. Такимъ образомъ раздѣлится данный треугольникъ на желаемыя части.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Треугольники ACD, DCE и ECB, поелику имѣютъ равныя основанія и одинакую высоту, суть равны между собою (§. 335.). ч. н. д.

ЗАДАЧА LXXVII.

§. 402. Раздѣлить параллелограммъ ABCD на три равныя части.

РѢШЕНІЕ.

Фиг. 172. 1. Раздѣли даннаго параллелограмма основаніе AB на три равныя части въ точкахъ E и F.

2. Чрезъ точки раздѣленія проведи прямыя линѣи EG и FH параллельныя съ бокомъ параллелограмма AC. Такимъ образомъ

зомъ раздѣлится данный параллелограммъ на желаемыя части. ч. н. с. и д.

ЗАДАЧА LXXVIII.

§. 403. Раздѣлить параллелограммъ ABCD изъ точки E на двѣ равныя части. Фиг. 173.

РѢШЕНІЕ.

1. Проведи въ данномъ параллелограммѣ діагональныя линѣи AD и CB, взаимно пересѣкающіяся въ точкѣ o.

2. Чрезъ данную точку E и точку сѣченія діагональныхъ линѣй проведи прямую EF, которая раздѣлитъ данный параллелограммъ на двѣ желаемыя части.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Явствуетъ, что съ обѣихъ сторонъ линѣй EF находятся треугольники равные между собою, на пр. Δ 1 = Δ m, по тому что углы при o суть вертикальные и равные (§. 137.), $\angle$ ECo = $\angle$ FBo и $\angle$ CEo = $\angle$ BFo (§. 191.). Такимъ же образомъ доказывается, что Δ 2 = Δ n, такожъ Δ 3 = Δ r, изъ коихъ, такъ какъ изъ частей равныхъ, обѣ половины даннаго параллелограмма состоятъ. ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 404. Изъ чего явствуетъ, что точка o, гдѣ пересѣкаются діагональныя линѣи, занимаетъ среднее мѣсто въ параллелограммѣ и почитается такой фигуры, центр-

центромъ въ которомъ изъ какой нибудь точки проведенная поперечная линѣя, на пр. EF раздѣляется на двѣ равныя части.

ЗАДАЧА LXXIX.

§. 405. Раздѣлить Δ ABC изъ точки D на двѣ равныя части.

РѢШЕНІЕ.

1. Проведи отъ данной точки D къ
Фиг. 174. точкѣ B прямую линѣю BD.

2. Раздѣли бокъ AC на двѣ равныя части въ точкѣ E.

3. Чрезъ точку E проведи линѣю EF параллельную съ DB.

4. На конецъ между точками D и F проведи линѣю DF. Такимъ образомъ раздѣлится данный треугольникъ ABC на двѣ равныя части, то есть, будетъ ABFD = DCF.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

По проведеніи линѣи EB, будетъ Δ CEB = Δ AEB (§. 305.), притомъ Δ EFD = Δ EFB (§. 335.); и когда отъ сихъ треугольниковъ отнимешь общій имъ Δ EGF: то останутся равные, то есть, Δ EGD = Δ FGB (§. 36. Ариѳ.). Равнымъ образомъ, ежели отъ равныхъ треугольниковъ AEB и CEB отнимешь по равнымъ треугольникамъ EGD и FGB: то останутся равныя, то есть, DGBA = EGFC (§. 36. Ариѳ.).

Но

Но ежели къ симъ равнымъ приложишь по равному, то есть, къ DGBA приложишь Δ FGB, а къ EGFC приложишь Δ EGD: то произойдутъ равныя, то есть, ADFB = DFC (§. 35. Ариѳ.). ч. н. д.

ЗАДАЧА LXXX.

§. 406. Раздѣлить Δ ABC на пять равныхъ частей.

РѢШЕНІЕ.

1. Раздѣлив данаго треугольника основаніе AB на пять равныхъ частей, чрезъ точку D проведи прямую линѣю CD: то будетъ Δ BCD = $\frac{1}{5}$ Δ ABC. Фиг. 175.

2. Раздѣли Δ ACD на четыре равныя части и чрезъ точку E проведи линѣю ED: то будетъ Δ CDE = $\frac{1}{3}$ Δ ACD.

3. Раздѣли также AD на три равныя части и чрезъ точку F проведи линѣю FE: то будетъ Δ EDF = $\frac{1}{3}$ Δ EDA.

4. Раздѣли на конецъ AE на двѣ равныя части, и чрезъ точку G проведи линѣю FG: то будетъ Δ EFG = Δ AFG. И такъ цѣлый треугольникъ ABC раздѣленъ на пять равныхъ частей BCD, CDE, EDF, FEG и FGA. ч. н. с. и д.

ЗАДАЧА LXXXI.

§. 407. Отнять нѣкоторую часть отъ даннаго треугольника ABC.

РѢ-

РѢШЕНІЕ.

1. Раздѣли ту часть плоскости, которую отнять должно, на бокъ треугольника, которой будетъ вмѣсто основанія
Фиг. 176. отнимаемой части, на пр. на АВ (§. 405.), частное число покажетъ половинную высоту треугольника отнимаемаго, которую удвоивъ, произойдетъ вся высота (§. 339.).

2. Найденную высоту взявъ циркулемъ, означь оную изъ Е въ F.

3. Отъ точки Е до В проведи прямую линѣю ЕВ, которая отрѣжетъ желаемую плоскости часть АЕВ. ч. н. с. и д.

ЗАДАЧА LXXXII.

§. 408. Раздѣлить данный трапецій АВСD на двѣ равныя части.

РѢШЕНІЕ.

1. Сыскавъ плоскость всего трапеція (§. 349), раздѣли оную на два.

2. Половинную часть сравни съ плоскостію большаго треугольника АВС, который послѣ означенія діагональной линѣи ВС происходитъ въ трапеціи, и оную изъ плоскости сего треугольника вычти.

3. Происшедшая изъ того разность будетъ изображать такую плоскость, которую должно отнять отъ плоскости большаго треугольника; и по тому раздѣливъ сію на половину ВС, частное число покажетъ высоту по (§. 339.). 4.

4. Найденную высоту n o взявъ циркулемъ, означь оную на линѣѣ B C, такъ какъ на основанiи, къ которому нибудь углу, на пр. въ n. Такимъ образомъ, по проведенiи линѣи B n, означится Δ B n C, показывающiй разность, что есть, чѣмъ большаго треугольника A B C плоскость разнствуетъ отъ половинной части трапецiя. Почему вычетши сiю, то есть, плоскость Δ B n C изъ плоскости большаго треугольника ABC и приложивъ оную къ плоскости меньшаго треугольника B C D, получишь, что линѣя Bn раздѣляетъ весь трапецiй на двѣ равныя части. ч. н. с. и д.

ЗАДАЧА LXXXIII.

§. 409. Начертить такой треугольникъ, который бы противъ даннаго A B C былъ вдвое и имѣлъ одну высоту съ нимъ.

РѢШЕНIЕ.

1. Продолжи даннаго треугольника основанiе A B до D такъ, чтобъ было B D = A B. Фиг. 178

2. Изъ D до C проведи прямую линѣю D C, и произойдетъ желаемый Δ A D C.

ЗАДАЧА LXXXIV.

§. 410. Начертить такой треугольникъ, который бы противъ даннаго A B C былъ вдвое и $\frac{3}{4}$ больше и имѣлъ одну высоту съ нимъ.

РѢШЕНІЕ.

1. ВЪ данномЪ треугольникѢ проведши перпендикулярную линѢю BE, раздѢли оную на четыре равныя части.

2. Продолжи перпендикулярную линѢю BE до D такЪ, чтобЪ было $BD = 1\frac{3}{4}$
Фиг. BE.
179. 3 ОтЪ A и C кЪ D проведи прямыя линѢи AD и CD, и произойдетЪ желаемый Δ ADC.

ЗАДАЧА LXXXV.

§. 411. Начертить такой треугольникЪ, который бы противЪ даннаго ABC былЪ вдвое и $\frac{2}{3}$ больше и былЪ пропорціоналенЪ ему.

РѢШЕНІЕ.

1. РаздѢливЪ даннаго треугольника бокЪ
Фиг. AB на три равныя части, продолжи оной
180. до F такЪ, чтобЪ было $BF = 2\frac{2}{3}$ AB.

2. Между AB и BF сыскавЪ среднюю пропорціональную линѢю BG (§. 267.), означь оную отЪ A до E.

3. На конецЪ сЪ линѢею BC чрезЪ точку E означь параллельную линѢю ED (§. 155.), и произойдетЪ желаемый Δ ADE.

ЗАДАЧА LXXXVI.

Фиг.
181. §. 412. РаздѢлить данный трапецій ABCD изЪ точки D на три равныя части.

РѢ-

РѢШЕНІЕ.

1. Проведши діагональныя линѣи CA и DB, раздѣли первую изъ оныхъ AC на три равныя части въ точкахъ H и E.

2. Чрезъ точки H и E съ діагональною линѣею DB означь параллельныя линѣи HL и EI.

3. На конецъ изъ точки D къ точкамъ L и I, гдѣ кончатся параллельныя линѣи, проведи прямыя линѣи DL и DI; такимъ образомъ раздѣлится данной трапецій на желаемыя части.

ЗАДАЧА LXXXVII.

§. 413. Раздѣлить данный Δ ABC изъ точки D на три равныя части. Фиг. 182.

РѢШЕНІЕ.

1. Раздѣливъ даннаго треугольника основаніе AB на три равныя части въ точкахъ I и E, означь чрезъ сіи точки линѣи HI и GE, параллельныя съ линѣею CD, изъ верьху треугольника на основаніе онаго опущенною.

2. Потомъ отъ точекъ H и G къ точкѣ D проведи прямыя линѣи HD и GD; такимъ образомъ раздѣлится данный треугольникъ на желаемыя части.

ЗАДАЧА LXXXVIII.

§. 414. Раздѣлить данный правильный пятіугольникъ ADCEF изъ точки, въ срединѣ онаго находящейся B, на три равныя части. Фиг. 183.

РѢШЕНІЕ.

1. Раздѣливъ каждой бокъ даннаго пятіугольника на три равныя части, изъ точекъ раздѣленія къ точкѣ B, въ срединѣ онаго находящейся, означь прямыя линѣи, и произойдетъ столько равныхъ треугольниковъ, на сколько частей равныхъ всѣ бока онаго раздѣлены.

2. Для каждой части отпочти по пяти такихъ треугольниковъ, и такимъ образомъ раздѣлится данный правильный пятіугольникъ на желаемыя части.

ЗАДАЧА LXXXIX.

Фиг. 184. §. 415. Раздѣлить данный трапецій ABCD, котораго два бока AB и CD параллельны между собою, на три равныя части.

РѢШЕНІЕ.

Раздѣливъ бока даннаго трапеція параллельные между собою въ точкахъ H и G, такожъ F и E на три равныя части, проведи прямыя линѣи HF и GE: то и раздѣлится данный трапецій на желаемыя части.

ЗАДАЧА XC.

Фиг. 185. §. 416. Раздѣлить данный Δ ABC на три равныя части линѣями FP и VR, которыя бы параллельны были съ основаніемъ онаго CA.

РѢ-

РѢШЕНІЕ.

1. Раздѣливъ даннаго треугольника бокъ AB на три равныя части въ точкахъ D и E, начерти на ономъ полкруга, и изъ оныхъ точекъ возставь перпендикулярныя линѣи DG и EH (§. 160.).

2. Ставъ одною ножкою циркула въ B, а другую онаго растворивъ до G, опиши дугу GR.

3. Потомъ также ставъ одною ножкою циркула въ B, а другую онаго растворивъ до H, опиши дугу HP и чрезъ точки R и P проведи линѣи RV и PF, параллельныя съ основаніемъ AC. Такимъ образомъ раздѣлится данный треугольникъ на желаемыя части.

ЗАДАЧА XCI.

§. 417. Отрѣзать $\frac{2}{3}$ отъ данной фигуры ABKHF. Фиг. 186.

РѢШЕНІЕ.

1. Раздѣливъ данной фигуры бокъ AB на три равныя части, продолжи оной до C такъ, чтобъ было BC = $\frac{2}{3}$ AB.

2. На линѣѣ AC начертивъ полкруга, изъ точки B возставь перпендикулярную линѣю BD (§. 160), и изъ B раствореніемъ циркула BD начерти дугу DE.

3. Потомъ изъ B означивъ діагональныя линѣи BF и BH, проведи чрезъ точку E линѣю EG параллельную съ AF, чрезъ точ-

ку G линѣю GI, параллельную съ FH и чрезъ точку I линѣю IL, параллельную съ HK; такимъ образомъ EBLIG будетъ изображать $\frac{2}{3}$ ABKHF.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§ 418. Равнымъ образомъ всякая правильная и неправильная прямолинѣйная фигура дѣлится на равныя части и отрѣзывается отъ оной желаемая часть.

ЗАДАЧА XCII.

§. 419. Найти въ срединѣ даннаго Δ ABD такую точку, изъ которой бы проФиг. веденныя прямыя линѣи ко всѣмъ угламъ
187. онаго раздѣляли тотъ треугольникъ на три равныя части.

РѢШЕНІЕ.

1. На основаніи даннаго треугольника означивъ третью часть на пр. AE, чрезъ точку E проведи линѣю EF параллельную съ AB.

2. Раздѣли проведенную параллельную линѣю EF на двѣ равныя части въ точкѣ C, изъ которой ко всѣмъ угламъ даннаго треугольника проведенныя линѣи раздѣлятъ тотъ треугольникъ на три равныя части.

ЗАДАЧА XCIII.

Фиг. §. 420. Раздѣлить данный Δ ABC изъ
188. точки D, въ срединѣ онаго находящейся, на три равныя части.

РѢ-

РѢШЕНІЕ.

1. РаздѣливЪ даннаго треугольника основаніе AC на три равныя части вЪ точкахЪ H и F, кЪ онымЪ изЪ данной точки D проведи прямыя линѣи DH и DF.

2. ИзЪ верьху B даннаго треугольника проведи линѣю BE, параллельную сЪ DH и линѣю BG, параллельную сЪ DF.

3. На конецЪ изЪ точки D кЪ точкамЪ E, G и B проведи прямыя линѣи DE, DG и DB. ТакимЪ образомЪ раздѣлится данный треугольникЪ на желаемыя части.

ЗАДАЧА XCIV.

§. 421. Раздѣлить пятіугольную фигу ABCDE на три равныя части. Фиг. 189.

РѢШЕНІЕ.

1. Проведи вЪ данной фигурѣ діагональныя линѣи AC и AD, которыя раздѣлятЪ оную на три треугольника ABC, ACD и ADE.

2. ИзЪ точекЪ E, D и B на діагональныя линѣи опусти перпендикулы EN, DO и BP (§. 165.).

3. ВЪ треугольникахЪ AED, ADC и ABC найди плоскости (§. 338.) и сложи оныя вмѣстѣ: то произойдетЪ плоскость всей фигуры ABCDE (§. 349.).

4. Раздѣли найденную плоскость всей фигуры на 3: то получишь плоскость каждой изЪ трехЪ частей.

5. Сравни плоскость Δ АВС съ третіею частію всей многоугольной плоскости, и положимъ, что плоскость сего треугольника меньше помянутой третіей части: то плоскость треугольника вычти изъ той третіей части и остатокъ раздѣли на половину линѣи АС; такимъ образомъ будетъ извѣстна высота такого треугольника, которой съ помянутымъ треугольникомъ АВС будучи сложенъ, составитъ третью часть всей фигуры.

6. Найденную высоту въ надлежащей мѣрѣ взявъ циркулемъ, изъ С до М означь перпендикулярно СМ; и чрезъ точку М проведши линѣю IM, параллельную съ АС, отъ I до А проведи линѣю IA; такимъ образомъ ABCI будетъ изображать третью часть всей фигуры.

7. Раздѣли половинную часть взятую изъ числа третіей части всей фигуры на половину IA: то произойдетъ величина перпендикула IG, которой въ точкѣ I и возставить должно.

8. Чрезъ точку G проведи линѣю GN параллельную съ AI, и отъ N до A означь прямую линѣю NA, на половину которой раздѣливъ другую половинную часть, взятую изъ числа третіей части всей фигуры, произо-

изойдетъ величина перпендикула AL, которой въ точкѣ A и возставить должно.

9. Чрезъ точку L означь линѣю LK, параллельную съ NA, и изъ K до N проведи прямую линѣю KN, которая другую третью часть AINK отрѣжетъ въ данной фигурѣ; слѣдовательно и вся фигура раздѣлится такимъ образомъ на три равныя части. На пр.

DA = 505′	плоскость △ADE = 56307″
AC = 509′	— △ADC = 67697
EN = 223′	— △ABC = 40211
DO = 260′	
BP = 158′	плоск. ABCDE = 164215

$\frac{164215''}{3} = 54738'' = \frac{1}{3}$ ABCDE.

$54738 - 40211 = 14527'' = \frac{1}{3}$ ABCDE − △ABC = △AIC.

$\frac{\triangle AIC = 14\,527''}{\frac{1}{2} AC = 254''} = 57' = CM.$

$40211'' + 14527'' = 54738'' = \triangle ABC + \triangle AIC = ABCI.$

$\frac{54738}{2} = 27369'' = \frac{1}{2}$ ABCI.

AI = 495′, AN = 488′.

$$\frac{\tfrac{1}{2}ABCI = 27369''}{\tfrac{1}{2}AI = 247'} = 110' = IG$$

$$\frac{\tfrac{1}{2}ABCI = 27369''}{\tfrac{1}{2}AN = 244'} = 112' = AL$$

$27369'' + 27368'' = 54738'' = \Delta ANI = + \Delta AKN = AKNI.$

$$\begin{array}{l} 54738'' = ABCI \\ 54738 \; = AKNI \\ \hline 109476 = ABCI + AKNI \end{array}$$

$164215'' - 109476'' = 54738'' = ABCDE - ABCI + AKNI = KEDN.$

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 422. Сія задача хотя нѣсколько и трудна, но полезна. Ибо какъ оная задача, такъ и многія другія описанныя въ сей главѣ приносятъ не малую пользу въ исчисленіи и раздѣленіи изъ разныхъ данныхъ точекъ различныхъ видовъ полей, луговъ и пашенъ на равныя, не равныя и данной пропорціи части, означивать межи и прочее сему подобное. На пр. когда пожелаетъ какой нибудь помѣщикъ раздѣлить свою землю, отъ какого бы примѣчанія ни было, на три равныя, или данной пропорціи части, чтобъ на первой, по положенію того мѣста, построить хоромное строеніе, на впо-

второй расположить земледѣлїе, а на третїей поселить крестьянъ: то надлежитъ съ оной земли снять планъ, или чертежъ, а потомъ должно сей чертежъ на бумагѣ дѣлить на желаемыя части, какъ въ сей главѣ показано: и какъ на бумагѣ все исправно сдѣлано будетъ, то на полѣ надлежитъ поступать по надлежащимъ правиламъ практической Геометрїи и употреблять къ помянутому дѣлу вѣрные и принадлежащїе математическїе инструменты.

ГЛАВА ДЕВЯТАЯ
О
ПРЕВРАЩЕНIИ ПЛОСКОСТЕЙ
ЗАДАЧА XCV.
§. 423.

Превратить тупоугольный Δ ABC въ равнобедренный ABE. Фиг. 190.

РѢШЕНIЕ.

1. Раздѣливъ даннаго треугольника основанїе AB въ точкѣ D на двѣ равныя части, въ оной точкѣ возставь перпендикулярную линѣю DE (§. 160.).

2. Чрезъ точку C означь линѣю CE, параллельную съ AB, и къ точкѣ E, гдѣ перпендикулярная линѣя пересѣкается означенною параллельною линѣею, проведи изъ точекъ A и B прямыя линѣи AE и BE, и произойдетъ желаемый Δ AEB=Δ ABC.

ЗА-

ЗАДАЧА XCVI.

§. 424. Превратить параллелограммЪ AB
Фиг. CD вЪ треугольникЪ EBC.
191. РѢШЕНІЕ.

ПродолживЪ даннаго параллелограмма основаніе AB до E такЪ, чтобЪ было AE = AB, изЪ E кЪ точкѢ C проведи прямую линѢю EC, и произойдетЪ желаемый Δ EBC = ABCD.

ЗАДАЧА XCVII.

§. 425. Превратить Δ ACE вЪ продол-
Фиг. говатый прямоугольный четвероугольникЪ
192. BCFE.

РѢШЕНІЕ.

1. РаздѢливЪ даннаго треугольника основаніе AC на двѢ равныя части вЪ точкѢ B, изЪ B и C возставь перпендикулярныя линѢи BE и CF (§. 160.).

2. ЧрезЪ точку E проведи линѢю EF, параллельную сЪ основаніемЪ AC, и произойдетЪ желаемый продолговатый прямоугольный четвероугольникЪ BCFE = Δ ACE.

ЗАДАЧА XCVIII.

§. 426. Превратить Δ ABC вЪ ромбо-
Фиг. идЪ BCMO.
193. РѢШЕНІЕ.

1. РаздѢливЪ даннаго треугольника бокЪ AC на двѢ равныя части вЪ точкѢ M, чрезЪ сію точку проведи линѢю MO, параллельную сЪ основаніемЪ треугольника BC.

2.

2. Чрезъ точку В проведи линѣю ВО, также параллельную съ бокомъ того треугольника АС, и произойдетъ желаемый ромбоидъ ВСМО = ΔАВС.

ЗАДАЧА XCIX.

§. 427. Превратить трапецїй АВСD въ треугольникъ АВЕ. Фиг. 194.

РѢШЕНIЕ.

1. Означивъ въ данномъ трапецїи дїагональную линѣю ВD, продолжи основанїе онаго до Е такъ, чтобъ чрезъ точки С и Е проведенная линѣя СЕ была параллельна съ ВD.

2. Потомъ изъ В къ Е проведи прямую линѣю ВЕ; и произойдетъ желаемый Δ АВЕ = АВСD.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Поелику ΔDВС = ΔDВЕ (§. 335.); то къ равнымъ приложивъ по равному, и суммы произойдутъ равныя, то есть, ΔDВС † Δ АВD = ΔDВЕ † Δ АВD (§. 35. Ариѳ); или что все равно, АВСD = АВЕ. ч. н. д.

ЗАДАЧА С.

§. 428. Превратить ΔАВС въ другой по данной большей высотѣ ВD. Фиг. 195.

РѢШЕНIЕ.

1. Продолжи даннаго треугольника бокъ АВ до Е такъ, чтобъ чрезъ D и Е проведенная линѣя DЕ была параллельна съ основанїемъ ВС.

2. Отъ точки Е до С протянувъ линѣю ЕС, означь съ нею чрезъ точку А параллельную линѣю AG, и изъ G до Е проведи прямую линѣю GE: то произойдетъ желаемый Δ EGB = Δ ABC.

ЗАДАЧА CI.

§. 429. Превратить Δ ABC въ другой
Фиг. по данной меньшей высотѣ FC.
196.

РѢШЕНІЕ.

1. Чрезъ точку F проведи линѣю FE, параллельную съ основанiемъ AC.

2. Изъ Е къ А проведши прямую линѣю ЕА, означь съ нею чрезъ точку В параллельную линѣю BD, и продолживъ основанiе до D, проведи прямую линѣю DE: то произойдетъ желаемый Δ DEC = Δ ABC.

ЗАДАЧА CII.

§. 430. Превратить Δ ABC въ другой
Фиг. по данному большему основанiю AE.
197.

РѢШЕНІЕ.

1. Отъ Е до В проведши прямую линѣю ЕВ, означь съ нею чрезъ точку С параллельную линѣю CD.

2. Отъ Е до D проведи прямую линѣю ED; и произойдетъ желаемый Δ ADE = Δ ABC.

Фиг.
198.

ЗАДАЧА CIII.

§. 431. Превратить Δ ABC въ другой по данному меньшему основанiю AD.

РѢ-

РѢШЕНІЕ.

1. ОтЪ D до C проведши прямую линѣю DC, означь сЪ нею чрезЪ точку B параллельную линѣю BE.

2. ОтЪ E до D проведи прямую линѣю ED; и произойдетЪ желаемый Δ DAE = Δ ABC.

ЗАДАЧА CIV.

§. 432. Превратить Δ ABC вЪ такой треугольникЪ, котораго бы верьхЪ находился вЪ точкѣ M, а основаніе было вЪ одной прямой линѣѣ сЪ основаніемЪ даннаго треугольника. Фиг. 199.

РѢШЕНІЕ.

1. ИзЪ точки M кЪ точкамЪ A и B означь прямыя линѣи MA и MB.

2. ОзначивЪ чрезЪ точку C линѣю CN, параллельную сЪ MB, и линѣю CO, параллельную сЪ MA, проведи прямыя линѣи MO и MN; и произойдетЪ желаемый Δ MON = Δ ABC.

ЗАДАЧА CV.

§. 433. Превратить Δ ABC вЪ такой треугольникЪ, котораго бы верьхЪ находился вЪ точкѣ D, а основаніе было вЪ одной прямой линѣѣ сЪ основаніемЪ даннаго треугольника. Фиг. 200.

РѢШЕНІЕ.

1. ИзЪ точки D кЪ точкамЪ A и C проведи прямыя линѣи DA и DC.

2. Продолживъ основаніе A C съ обѣихъ сторонъ и чрезъ точку B означивъ линѣю B F, параллельную съ D C, и линѣю B H, параллельную съ D A, проведи прямыя линѣи D F и D H; и произойдетъ желаемый Δ D H F = Δ A B C.

ЗАДАЧА CVI.

Фиг. 201. §. 434. Превратить трапецій A C B F въ продолговатый прямоугольный четвероугольникъ D E H G.

РѢШЕНІЕ.

1. Проведши діагональную линѣю A B, означь съ нею чрезъ точки C и F параллельныя линѣи C E и G H.

2. Чрезъ точку O проведи подъ прямымъ угломъ линѣю C G и съ нею чрезъ точку B параллельнуюжъ линѣю E H; и произойдетъ желаемый продолговатый прямоугольный четвероугольникъ D E H G = трапецію A C B F.

ЗАДАЧА CVII

§. 435. Превратить трапецій A D F B въ такой треугольникъ, котораго бы верьхъ находился въ точкѣ E.

РѢШЕНІЕ.

1. Продолживъ съ обѣихъ сторонъ даннаго трапеція основаніе A B и изъ точки E проведши линѣи E A и E B, означь чрезъ точку D линѣю D C, параллельную съ E A, а чрезъ точку F линѣю F G, параллельную съ E B.

2. Потомъ проведи линѣи EC и EG, и произойдетъ желаемый Δ ECG = трапецію ADFB.

ЗАДАЧА CVIII.

§. 436. Превратить продолговатый прямоугольный четвероугольникъ ABCF въ квадратъ. Фиг. 203.

РѢШЕНІЕ.

1. Между боками AB и BC даннаго четвероугольника найди среднюю пропорціональную линѣю (§ 267.), то есть, на линѣѣ AG=AB † BC опиши полкруга, и изъ точки F къ окружности возставь перпендикулярную линѣю FI (§. 160.).

2. Потомъ продолжи AG до D такъ, чтобъ было FD = FI, и изъ точекъ D и I раствореніемъ циркула FD = FI начерти дуги, взаимно пересѣкающіяся въ E.

3. На конецъ проведи линѣи IE и DE, и произойдетъ желаемый квадратъ IFDE = данному четвероугольнику ABCF.

ЗАДАЧА CIX.

§. 437. Превратить квадратъ ABCD въ треугольникъ. Фиг. 204.

РѢШЕНІЕ.

1. Продолжи даннаго квадрата основаніе DC до E такъ, чтобъ было CE = CD.

2. Изъ A къ E проведи прямую линѣю AE, и произойдетъ желаемый Δ ADE = данному квадрату A B C D.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

ABCD = ABCD
— ΔAGB = ΔAGB } (§. 30. Ариѳ.). ∠AGE = ∠CGE (§. 137.)
∠ABG = ∠ECG (§. 131.)
———
AGCD = AGCD (§. 36. Ариѳ.). AB = CE
† Δ AGB = Δ CGE
———
ΔAGB = ΔCGE (§. 151.)
———
ABCD = ΔADE (§. 35. Ариѳ.).

ДРУГОЕ РѢШЕНІЕ.

Изъ B къ D проведши діагональную линѣю B D, и продолживъ основаніе даннаго квадрата до E такъ, чтобъ было CE = CD, проведи прямую линѣю BE, и произойдетъ желаемый Δ BDE = данному квадрату ABCD.

ЗАДАЧА CX.

Фиг. 105 §. 438. Сдѣлать Δ C D F равный данному пра́вильному, или непра́вильному пятіугольнику A B C D E.

РѢШЕНІЕ.

1. Изъ точки C проведши линѣи C A и CE, и съ обѣихъ сторонъ продолживъ даннаго пятіугольника основаніе A E, означь чрезъ точку B линѣю B G, параллельную съ C A, а чрезъ точку D линѣю DF, параллельную съ C E.

2. Пото́мъ изъ C къ G и F проведи прямыя линѣи C G и C F, и произойдетъ желаемый

мый Δ GCF = данному пятіугольнику ABCDE.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Поелику Δ GCE = трапецію ABCE (§. 427.); того ради къ Δ ECE приложивъ Δ CEF, будетъ Δ GCF, къ трапеціюжъ ABCE приложивъ Δ CDE = Δ CEF, будетъ ABCDE, то есть, Δ GCF = ABCDE (§. 35. Ариѳ.). ч. н. д.

ЗАДАЧА CXI.

§. 439. Превратить данный правильный пятіугольникъ ABCDG въ такой треугольникъ, котораго бы верьхъ находился въ точкѣ F, а основаніе было равно всѣмъ бокамъ того пятіугольника и находилось въ одной прямой линѣѣ съ основаніемъ тогожъ пятіугольника. Фиг. 206.

РѢШЕНІЕ.

1. Даннаго пятіугольника основаніе AB продолжи съ обѣихъ сторонъ до C и E такъ, чтобъ было CE равно всѣмъ бокамъ онаго.

2. Потомъ изъ точки F проведи прямыя линѣи FC и FE, и произойдетъ желаемый Δ CFE = данному пятіугольнику ABCDG.

ЗАДАЧА CXII.

§. 440. Превратить данный пятіугольникъ EABCD въ треугольникъ по сторонѣ AB и углу BAE. Фиг. 207

РѢШЕНІЕ.

1. Проведши діагональную линѣю CE и продолживъ основаніе даннаго пятіугольника, означь съ нею чрезъ точку D параллельную линѣю DF.

2. Потомъ проведши другую діагональную линѣю BF, означь съ нею чрезъ точку C параллельную линѣю CG.

3. На конецъ отъ B до G проведи прямую линѣю BG, и произойдетъ желаемый Δ ABG = данному пятіугольнику EABCD.

ЗАДАЧА CXIII.

Фиг. §. 441. Превратить данный шестіугольникъ ABCDEF въ треугольникъ по сторо-
208. нѣ AF и углу FAB.

РѢШЕНІЕ.

1. Проведши діагональныя линѣи FD, FC и FB, продолжи CD до H, BC до I, AB до L.

2. Потомъ означь чрезъ точку E линѣю EH параллельную съ FD, чрезъ точку H линѣю HI параллельную съ FC и чрезъ точку I линѣю IL параллельную съ FB.

3. На конецъ отъ F до L проведи прямую линѣю FL, и произойдетъ желаемый Δ AFL = данному шестіугольнику ABCDEF.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 442. Равнымъ образомъ и всѣ другіе правильные и неправильные многоугольники по-

по данной сторонѢ и углу превращаются вЪ треугольники.

ЗАДАЧА CXIV.

§. 443. Превратить данный неравносторонный Δ ABC вЪ равносторонный. Фиг. 209.

РѢШЕНІЕ.

1. СдѢлай изЪ AB равносторонный Δ AGB, и AG продолживЪ до точки D, означь чрезЪ оную линѢю DC, параллельную сЪ AB.

2. На линѢѢ GD описавЪ полкруга, изЪ A возставь перпендикулярную линѢю AF (§. 160.), изЪ которой сдѢланный Δ AFE будетЪ равенЪ данному Δ ABC.

ЗАДАЧА CXV.

§. 444. Превратить данный кругЪ вЪ треугольникЪ, и потомЪ вЪ квадратЪ. Фиг. 210.

РѢШЕНІЕ.

1. На концѢ поперешника даннаго круга возставь перпендикулярную линѢю AC, равную трижды взятому поперешнику и седьмой его части (§. 160.), и изЪ центра L кЪ точкѢ C проведи прямую линѢю LC; такимЪ образомЪ произойдетЪ Δ ALC = данному кругу.

Или

ЛинѢю AC раздѢливЪ на двѢ равныя части вЪ точкѢ D, проведи линѢю BD; то и Δ ABD будетЪ также равенЪ данному кругу.

2. ПотомЪ сдѣлай параллелограммЪ M = △ ABD (§. 424.) и параллелограмму M равной квадратЪ N (§. 436.), который будетЪ равенЪ данному кругу.

Или

Между окружностiю круга и полупоперешникомЪ оваго найди среднюю пропорцiональную линѣю (§. 267.): то она будетЪ бокЪ квадрата, равнаго кругу.

Или.

1. Раздѣли поперешникЪ круга AB на восемь равныхЪ частей, и кЪ продолженно-
Фиг. 211. му оному сЪ обѣихЪ сторонЪ приложи по одной изЪ тѣхЪ частей такЪ, чтобЪ весь поперешникЪ сЪ продолженiемЪ своимЪ имѣлЪ десять тѣхЪ равныхЪ частей.

2. ЧрезЪ центрЪ круга подЪ прямымЪ угломЪ проведи также линѣю, и сЪ оною учини то же; такимЪ образомЪ будешь имѣть двѣ дiагональныя линѣи, которыхЪ крайнiя точки ежели соединишь прямыми линѣями CE и FD, такожЪ CF и ED: то произойдетЪ желаемый квадратЪ CEFD равный данному кругу.

ПРИМѢЧАНIЕ.

§. 445. РавнымЪ образомЪ, когда поперешникЪ круга раздѣливЪ на 14 равныхЪ частей, вычтешь изЪ оныхЪ три части, и остатокЪ умноживЪ на весь поперешникЪ,

изЪ

изъ произведенія извлечешь квадратный радиксъ, оный будетъ показывать бокъ желаемаго квадрата.

ЗАДАЧА CXVI.

§. 446. Превратить данный квадратъ ACBF въ кругъ. Фиг. 212.

РѢШЕНІЕ.

1. Раздѣливъ даннаго квадрата бокъ CB на 11. равныхъ частей, продолжи оной до D такъ, чтобъ было BD = 14 такимъже равнымъ частямъ.

2. На линѣѣ CD описавъ полкруга CED, изъ точки B возставь перпендикулярную линѣю BE, (§. 160.) и раздѣливъ оную по поламъ, начерти кругъ, который будетъ равенъ данному квадрату.

Или.

Между числами 11 и 14 сыскавъ среднее пропорціональное число (§. 176. Ариѳ.), посылай, какъ содержится 11 къ найденному среднему пропорціональному числу, такъ будетъ содержаться бокъ даннаго квадрата къ четвертому пропорціональному числу (§. 173. Ариѳ.), которое будетъ поперешникъ желаемаго круга.

Или.

Діагональную линѣю CD, проведенную въ квадратѣ, раздѣливъ на десять равныхъ частей, съ обѣихъ сторонъ отними отъ оной по одной такой части, и въ разсужде-

 ніи

нїи оставшихся восьми частей сыскавъ центръ, опиши изъ онаго кругъ, которой будетъ равенъ данному квадрату.

ЗАДАЧА CXVII.

Фиг. 213. §. 447. Превратить данный кругъ въ полкруга.

РѢШЕНІЕ.

1. Изъ центра C даннаго круга возставивъ перпендикулярную линѣю CD, проведи линѣю BD.

2. Продолживъ линѣю BD до E такъ, чтобъ было DE=BD, изъ точки D, такъ какъ изъ центра, на линѣѣ EB опиши полкруга, который будетъ равенъ данному кругу.

ЗАДАЧА CXVIII.

Фиг. 214. §. 448. Превратить полкруга въ цѣлый кругъ.

РѢШЕНІЕ.

1. Раздѣливъ на двѣ равныя части въ точкѣ C данную половину круга ACB, изъ A къ C проведи прямую линѣю CA.

2. Раздѣлизъ также на двѣ равныя части проведенную линѣю AC въ точкѣ D, изъ оной, такъ какъ изъ центра, растворенїемъ циркула DA, или DC опиши кругъ, который будетъ равенъ данному полкругу.

КОНЕЦЪ ВТОРОЙ ЧАСТИ.

ЧАСТЬ ТРЕТІЯ.

СТЕРЕОМЕТРІЯ.

ГЛАВА ДЕСЯТАЯ.

О СВОЙСТВѢ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХЪ ТѢЛЪ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXVI.

§. 449.

Толстота (solidum), или *тѣло* (corpus) есть величина, тремъ измѣреніямъ подлежащая; или есть такое протяженіе, которое имѣетъ длину, ширину и толщину.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 450. Изъ чего явствуетъ, что Геометрія разсуждаетъ не о физическихъ, или естественныхъ тѣлахъ, но о такомъ пространствѣ, въ которомъ заключаются физическія, или естественныя тѣла; и потому Геомстрическія тѣла весьма разнствуютъ отъ физическихъ (§. 9.).

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 451. Происходитъ Геометрическое тѣло изъ того, когда какая плоская поверьхность о коликихъ нибудь сторонахъ движется вверьхъ или внизъ по прямой линѣѣ. Ибо явно есть, что такимъ образомъ перейденное пространство должно представлять тѣло, по тому что поверьхность, сама ужѐ имѣя два измѣренія, движеніемъ своимъ вверьхъ, или внизъ производитъ третіе измѣреніе.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXVII.

§. 452. *Уголъ толстой* (angulus ſolidus) есть больше, нежели двухъ линѣй, въ одной точкѣ соединяющихся, но не на одной плоскости находящихся, ко всѣмъ наклоненіе. Или уголъ толстой есть выходящая на тѣлѣ острота, которая состоитъ изъ нѣсколькихъ вмѣстѣ соединяющихся плоскихъ угловъ. Называютсяжъ углы толстые равными, когда они взаимно другъ на друга будучи положены, сходствуютъ между собою (§. 77. и 149.).

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 453. Ежели на такой толстой уголъ посмотришь изнутри: то оной есть наклоненіе трехъ линѣй, или больше, которыя сходятся въ одно точку, а не лежатъ на плоской поверьхности, какъ на

пр.

пр. въ углахъ хоромины, гдѣ двѣ стѣны и потолокъ вмѣстѣ сходятся, находится такой толстой уголъ.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 454. Слѣдовательно толстой уголъ изъ больше, нежели изъ двухъ плоскихъ угловъ, не на тойже плоскости находящихся, состоитъ.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 455. И потому два плоскіе угла для составленія толстаго угла не годятся, но по крайней мѣрѣ для него потребны три такіе угла.

ПРИБАВЛЕНІЕ. 3.

§. 456. Чтобъ толстые углы были равны между собою: то оные должны состоять изъ плоскихъ угловъ и множествомъ и величествомъ равныхъ, и одинакимъ порядкомъ расположенныхъ, то есть, чтобъ плоскости, въ коихъ замыкаются плоскіе равные углы, равное другъ къ другу имѣли наклоненіе.

ПРИБАВЛЕНІЕ 4.

§. 457. Когда нѣсколько плоскихъ угловъ, которые всѣ вмѣстѣ составляютъ 360 градусовъ, соединятся съ собою своими верьхами и боками: то производятъ они плоскую поверьхность и такъ не составляютъ никакой остроты, которая

рая вверьху надъ находящимся внизу основанiемъ бываетъ; слѣдовательно не дѣлаютъ они никакого толстаго угла, и потому сумма плоскихъ угловъ, долженствующихъ составлять толстой уголъ, всегда должна быть меньше 360 градусовъ.

ПРИМѢЧАНIЕ.

§. 458. Геометрическiя тѣла получаютъ разное наименованiе по различiю поверьхностей, которыми они ограничиваются; ибо поверьхности оныхъ могутъ быть или плоскiя, или выпуклыя, или выпуклыя вмѣстѣ и плоскiя. И такъ къ первому отдѣленiю тѣлъ принадлежатъ призьмы и пирамиды всякаго рода, такожъ кубы; ко второму одно токмо тѣло, именуемое шаръ; а къ третьему цилиндры и конусы.

ОПРЕДѢЛЕНIЕ XXXVIII.

§. 459. Естьли какая плоская съ углами поверьхность, на пр. Δ A B C, вверьхъ или внизъ опустится по линѣѣ A E опредѣленной длины, наблюдая всегда параллельное движенiе: то изъ того происходитъ *Призьма* A B C F D E (Prisma), и особливо *прямая* (rectum), естьли управляющая линѣя A E къ плоскости перпендикулярна или ни на которую сторону не наклоняется; *косаяжъ* (obliquum), естьли управляющая

Фиг. 215.

щая

щая линѣя AE къ плоскости не перпендикулярна, или имѣетъ на которую нибудь сторону наклоненіе. И такъ треугольникъ вверьхъ, или внизъ опускаясь по линѣѣ опредѣленной длины производитъ *треугольную призьму* (prisma triangulare, siue trigonum); параллелограммъ DE, опускаясь по линѣѣ DF, *четыреугольную* (quadrangulare); а пятіугольникъ FG, двигаясь по линѣѣ FH, *пятіугольную* (quinquangulum); и такъ далѣе происходитъ *многоугольная* (polygonum). Фиг. 216. Фиг. 217.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 460. Слѣдовательно всякая призьма имѣетъ два противоположенныя основанія на пр. ABC и EDF равныя, и ограничивается столькими параллелограммами, сколько боковъ имѣетъ основаніе. Ибо AC равна и параллельна съ ED по положенію; слѣдовательно и AE равна и параллельна съ CD; и по тому ACDE есть параллелограммъ (§. 280.). То же и такимъ же образомъ доказывается и о прочихъ ея поверьхностяхъ. Притомъ изъ учиненныхъ въ призьмѣ параллельно съ основаніемъ ея разрѣзовъ на самые тонкіе слои происходятъ треугольники, пятіугольники и такъ далѣе многоугольники, между собою и основанію равные. Фиг. 215.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XXXIX.

Фиг. 216. §. 461. Ежели параллелограммЪ DE вверьхЪ, или внизЪ опустится по линѣѣ опредѣленной длины: то изЪ того происходитЪ *параллелепипедЪ* (parallelepipedum) DEF.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 462. Слѣдовательно изЪ учиненныхЪ вЪ параллелепипедѣ параллельно сЪ основаніемЪ онаго разрѣзовЪ на самые тонкіе слои происходятЪ параллелограммы между собою и основанію равные.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XL.

§. 463. Ежели квадратЪ A вверьхЪ, или
Фиг. 218. внизЪ опустится по линѣѣ AB, боку его равной: то изЪ того происходитЪ *кубЪ* (cubus), или такое тѣло, которое со всѣхЪ сторонЪ ограничивается шестьми равными квадратами.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 464. Слѣдовательно изЪ учиненныхЪ вЪ кубѣ параллельно сЪ основаніемЪ онаго разрѣзовЪ на самые тонкіе слои происходятЪ квадраты, между собою и основанію равные.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLI.

§. 465. *Пирамида* (Pyramis), есть такое тѣло, которое имѣетЪ угловатое основаніе, а верьхЪ острой; или пирамида ограничивается со всѣхЪ сторонЪ столькими

пре-

треугольниками, въ одной точкѣ соединяющимися, сколько боковъ имѣетъ основанiе; и смотря по числу угловъ основанiя, въ особливости называется *треугольная* (triangularis), какъ на пр. ABCD, *четыреугольная* (quadrangularis), на пр. DEFHI, и такъ далѣе *многоугольная* (polygona). Фиг. 219. 220.

ПРИБАВЛЕНIЕ.

§. 466. Ежели въ пирамидѣ съ боками основанiя AC, CB и BA будутъ проведены параллельныя линѣи ac, cb, и ba: то будетъ DC : Dc = CA : ca и DC : Dc = CB cb (§. 210), и по тому CA : ca = CB : cb (§. 32. Ариѳ.). И какъ такимъ же образомъ доказывается, что CA : ca = AB : ab, то будетъ Δ abc ∽ Δ ABC (§. 205.). Чего ради изъ учиненныхъ въ пирамидѣ параллельно съ основанiемъ ея разрѣзовъ на самые тонкiе слои происходятъ треугольники между собою и основанiю подобные. Фиг. 219.

ОПРЕДѢЛЕНIЕ XLII.

§. 467. *Шаръ* (Sphaera), есть такое тѣло, которое происходитъ изъ того, когда плоскость полукружiя ADBC обернется около неподвижнаго поперешника AB, которой иначе называется *осью шара* (axis sphaerae), точкажъ D именуется *центромъ*, или *срединою шара* (centrum sphaerae).

При-

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 468. Слѣдовательно всѣ прямыя линѣи съ поверьхности шара проведенныя къ центру онаго, суть равны между собою.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLIII.

Цилиндръ (Cylindrus), есть такое тѣло, которое происходитъ изъ того, когда прямая линѣя BD около двухъ равныхъ и параллельныхъ между собою круговъ оборачивается до тѣхъ поръ, пока возвратится къ тому мѣсту, откуда начала двигаться; или когда кругъ, наблюдая параллельное движеніе, вверьхъ или внизъ опустится по линѣѣ опредѣленной длины; или цилиндръ происходитъ изъ того, когда параллелограммъ CDEB обернется око-
Фиг. 222. ло одного своего неподвижнаго бока CE. Цилиндръ ACBDE называется *прямой* (rectus), когда его ось CE перпендикулярна къ поперешнику основанія, а *скаленъ* (ſcalenus),
Фиг. 223. или *косой* (obliquus), когда его ось FI имѣетъ нѣкоторое наклоненіе къ поперешнику основанія.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 470. Слѣдовательно изъ учиненныхъ въ цилиндрѣ параллельно съ основаніемъ онаго разрѣзовъ на самые тонкіе слои происходятъ круги, между собою и основанію равные.

О-

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLIV.

§. 471. *Конусъ* (conus) есть такое тѣло, которое имѣетъ основаніе круглое, а верьхъ острой, и происходитъ изъ того, когда прямая линѣя AC однимъ концомъ будучи утверждена въ точкѣ A, другимъ обойдетъ около окружности круга BDC; или когда △ ADC вкругъ обернется около одного своего неподвижнаго бока AD. Конусъ ABDC называется *прямой* (rectus), когда его ось AD перпендикулярна къ поперешнику основанія, а *скаленъ* (scalenus), или *косой* (obliquus), когда его ось EH имѣетъ нѣкоторое наклоненіе къ поперешнику основанія. Фиг. 224. Фиг. 225.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 472. Ежели въ конусѣ съ полупоперешникомъ основанія DC будетъ проведена параллельная линѣя EF, то будетъ AE : AD = EF : DC (§. 210.). Чего ради изъ учиненныхъ въ конусѣ параллельно съ основаніемъ онаго разрѣзовъ на самые тонкіе слои происходятъ круги между собою и основанію подобные.

ГЛАВА ОДИННАТЦАТАЯ.

О ИЗОБРАЖЕНІИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХЪ ТѢЛЪ И О СОЧИНЕНІИ ЧЕРТЕЖЕЙ ДЛЯ СОСТАВЛЕНІЯ ОНЫХЪ ИЗЪ ТОЛСТОЙ БУМАГИ.

ЗАДАЧА XCIX.

§. 473.

Начертить кубъ и параллелепипедъ.

РѢШЕНІЕ.

Хотя въ кубѣ всѣ стороны бываютъ равны между собою (§. 463.); однако оныя кажутся тому, кто смотритъ на кубъ, не всѣ между собою равныя, но стороны ВС, FD, AG, KH кажутся нѣсколько ко-
Фиг. 218. роче предъ прочими, какъ то въ перспективѣ показуется. А чтобъ начертить кубъ не такъ какъ онъ въ подлинномъ видѣ бываетъ, но чтобъ его видѣть можно было, то

1. Начерти ромбоидъ BCDF, въ которомъ бы стороны BF и CD подлинной длинѣ стороны куба были равны, а стороны BC и DF нѣсколько короче.

2. Изъ точекъ B, C, D, F, начерти перпендикулярныя линѣи и сдѣлай оныя всѣ равныя подлинной сторонѣ BF.

Фиг. 216. 3. На конецъ между точками G, A, H, K проведи прямыя линѣи и произойдетъ желаемой кубъ. Такимъже образомъ черптит-

тится и параллелепипедъ, только съ такою отмѣною, что перпендикулярныя линѣи GH, ME, NK, GH дѣлаются равныя не сторонѣ GM, но высотѣ параллелепипеда ME.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 474. Чтобъ кубъ и параллелепипедъ лучше глазамъ представлялись, то заднія оныхъ стороны, которыхъ за твердостію тѣла видѣть не можно, обыкновенно означаются пунктирными линѣями.

ЗАДАЧА C.

§. 475. Начертить какую нибудь призьму.

РѢШЕНІЕ.

1. Начерти основаніе, напр. Δ ABC, ежели призьма должна быть треугольная. Фиг. 215.

2. Въ точкѣ A возставь перпендикулярную линѣю AE, равную данной высотѣ призьмы.

3. Сдѣлай параллелограммы ACED и BCFD (§. 286.) и произойдетъ желаемая треугольная призьма (§. 459. и 460.).

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 476. Нѣкоторыя стороны въ призьмѣ по рисовальному художеству прикрываются тѣнью, чтобъ такое тѣло лучше глазамъ представлялось.

ЗАДАЧА CI.

§. 477. Начертить какую нибудь пирамиду.

РѢШЕНІЕ.

Фиг. 219. 1. Начерти основаніе, на пр. Δ ACB, ежели пирамида должна быть треугольная.

2. На бокахъ AC и CB сдѣлай треугольники ADC и CDB такъ, чтобъ верьхи оныхъ соединялись въ точкѣ D.

Или.

Взявъ по изволенію, или опредѣливъ точку D, проведи изъ оной прямыя линѣи AD, CD, BD, и произойдетъ желаемая треугольная пирамида ADBC (§. 465.).

ЗАДАЧА CII.

Фиг. 226. §. 478. Сдѣлать чертежъ для составленія изъ толстой бумаги куба.

РѢШЕНІЕ.

1. Начерти вмѣстѣ шесть равныхъ квадратовъ ABHG, BCFG, CDEF, NOBC, GFKI и IKLM, которыхъ бы каждая сторона имѣла такую величину, какой стороны куба быть опредѣлены, такъ какъ фигура изображаетъ.

2. Потомъ вырѣжь сіи квадраты изъ бумаги, и надрѣжь линѣи BC, GF, IK, BG и CF острымъ ножичкомъ нѣсколько поглубже; или, ежели бумага толста, то вырѣжь оныя почти совсѣмъ.

3. На конецъ согнувъ оные квадраты по линѣямъ BC, GF, IK, BG и CF вмѣстѣ склей между собою сходящіяся стороны, то произойдетъ желаемый кубъ (§. 463.).

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 479. Чтобъ сходящіяся между собою стороны въ кубѣ тѣмъ лучше и способнѣе склеить можно было, то оставляется на концахъ оныхъ по нѣскольку не обрѣзанной бумаги, то есть, оставляются кромки, какъ въ квадратѣ DdeE показано.

ЗАДАЧА CIII.

§. 480. Сдѣлай чертежъ для составленія изъ толстой бумаги параллелепипеда. Фиг. 227.

РѢШЕНІЕ.

1. На прямой линѣѣ BD означь изъ B до H ширину, изъ H до I длину, изъ I до K опять ширину, а изъ K до D опять длину параллелепипеда.

2. На сихъ означенныхъ линѣяхъ, такъ какъ на основаніяхъ, сдѣлай параллелограммы AH, EI, FK и GD такъ, чтобъ всѣ они имѣли общую высоту AB, равную данной высотѣ параллелепипеда.

3. Потомъ на линѣяхъ EF и HI также сдѣлай параллелограммы EM и HO такъ, чтобъ высоты ихъ EL и HN были равны данной ширинѣ параллелепипеда; такимъ

образомъ произойдетъ желаемый параллепипедъ (§. 461.).

ЗАДАЧА CIV.

Фиг. 228. §. 481. Сдѣлать чертежъ для составленія изъ толстой бумаги призьмы.

РѢШЕНІЕ.

1. Начерти основаніе призьмы, на пр. для треугольной Δ KBD.

2. Продолжи бокъ BD до A и E такъ, чтобъ было AB = BK, а DE = DK.

3. Потомъ на линѣяхъ AB, BD и DE сдѣлай параллелограммы AG, BH и DF такъ, чтобъ высота ихъ AC была равна данной высотѣ призьмы.

4. На конецъ на линѣѣ GH сдѣлай Δ GIH = Δ BKD: такимъ образомъ произойдетъ желаемая треугольная призьма (§. 459. и 460.).

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 482. Для составленіяжъ такой призьмы, которая бы имѣла больше трехъ сторонъ, надлежитъ токмо по обѣ стороны начертить больше параллелограммовъ, смотря по числу сторонъ основанія.

ЗАДАЧА CV.

Фиг. 229. §. 483. Сдѣлать чертежъ для составленія изъ толстой бумаги цилиндра.

РѢШЕНІЕ.

1. Начертивъ одинакимъ полупоперешникомъ два круга AB и CD, сыщи оныхъ окружности (§. 276.).

2.

2. Потомъ на линѣѣ В С, равной высотѣ цилиндра, сдѣлай параллелограммъ такъ, чтобъ C F была равна найденной окружности круговъ; такимъ образомъ произойдетъ желаемый цилиндръ (§. 469.).

ЗАДАЧА CVI.

§. 484. Сдѣлать чертежъ для составленія изъ толстой бумаги конуса. Фиг. 230.

РѢШЕНІЕ.

1. Описавъ по изволенію кругъ А В, продолжи поперешникъ онаго до С такъ, чтобъ А С была равна данной высотѣ конуса.

2. Потомъ къ линѣямъ А С и А В, опредѣленнымъ числами, и къ 360 градусамъ найди четвертое пропорціональное число (§. 113. Ариѳ.).

2. На конецъ полупоперешникомъ С А, изъ точки С опиши дугу D E такъ, чтобъ въ точкѣ С означенной помощію транспортира уголъ D C E былъ равенъ градусами найденному четвертому пропорціональному числу; такимъ образомъ произойдетъ желаемой конусъ (§. 471. и 472.). То есть вырѣзокъ DCE съ кругомъ AB будетъ чертежъ для составленія конуса.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 485. Естьли отъ А до F означится высота усѣченнаго конуса и полупоперешни- Фиг. 230.

 ни-

никомъ CF опишется дуга GH, потомъ къ 360°, къ числу градусовъ дуги GH и къ полупоперешнику CF найдется четвертое пропорціональное число и поперешникъ круга опредѣлится: то будетъ сдѣланъ чертежъ для усѣченнаго конуса. Ибо CDBAE есть чертежъ для цѣлаго конуса, CGFIH для отдѣленнаго а DBEHIG останется чертежъ для усѣченнаго конуса.

ЗАДАЧА CVII.

§. 486. Сдѣлать чертежъ для составленія изъ толстой бумаги пирамиды.

РѢШЕНІЕ.

Фиг. 231. Ежели надобно будетъ сдѣлать чертежъ, на пр. для треугольной пирамиды: то:

1. По изволенію взятымъ полупоперешникомъ AB начерти дугу BE и на оной означь три хорды BC, CD и DE равныя между собою.

2. На одной изъ оныхъ хордѣ DC сдѣлай равносторонный △ DFC и проведи линѣи EA, DA, CA и BA; такимъ образомъ произойдетъ желаемая пирамида (§. 465. и 466.).

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 487. Ежели основаніе пирамиды будетъ состоять изъ не равносторопнаго треугольника: то въ такомъ случаѣ надлежитъ

житъ сдѣлать ED = DF, а CB = CF. То же должно разумѣть, ежели основанїе пирамиды будетъ многоугольникъ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLV.

§. 488. Кромѣ помянутыхъ тѣлъ суть другїя тѣла, которыя называются *прáвильными* (corpora regularia), по тому что оныя со всѣхъ сторонъ ограничиваются прáвильными и равными между собою поверьхностьми, которыя отъ Грековъ гранями (ἕδρας, Lat. ſedes, vel baſes) называются; другїяжъ тѣла, которыя не имѣютъ такихъ предѣловъ, именуются *не прáвильными* (irregularia). Прáвильныхъ тѣлъ есть только пять:

1. *Тетраэдръ* (tetraëdrum), то есть, *четыреgranное тѣло*, или пирамида ограниченная четырьми равносторонными и между собою равными треугольниками. Фиг. 232.

2. *Эксаэдръ* (hexaëdrum), то есть, *шестигранное тѣло*, или *кувъ*, который ограничивается шестьми равными квадратами (§. 463. и 464.). Фиг. 233.

3. *Октаэдръ* (octaëdrum), то есть, *осьмигранное тѣло*, или двойная треугольная пирамида, ограниченная восьми равносторонными и между собою равными треугольниками. Фиг. 234.

Фиг. 235. 4. *Додекаэдръ* (dodecaëdrum), то есть, *двенатцатигранное тѣло*, ограниченное двенатцатьми пра́вильными и между собою равными пятіугольниками.

Фиг. 236. 5. *Икосаэдръ* (icosaëdrum), то есть, *двватцатигранное тѣло*, ограниченное двватцатьми равносторонными и между собою равными треугольниками.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 489. Поелику пра́вильныя тѣла̀ со всѣхъ сторонъ ограничиваются пра́вильными фигурами: то оныя могутъ заключаться въ шарѣ такъ, что углы ихъ будутъ имѣть прикосновеніе къ поверьхности шара, а въ срединѣ оныхъ тѣлъ будетъ находиться центръ сферической поверьхности.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 490. Ежели отъ всѣхъ угловъ какого пра́вильнаго тѣла къ центру, внутри онаго находящемуся, будутъ проведены прямыя линѣи: то видно, что оно составляется изъ столькихъ пирамидъ, сколько есть граней, и такихъ, коихъ основанія суть грани того тѣла, а верьхи ихъ соединяются въ томъ центрѣ.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 491. Пра́вильныя тѣла̀ называются также *Платоническими* (corpora Platonica), по то-

тому что Платонъ въ своей естественной наукѣ сравниваетъ съ оными небо и четыре стихiи, то есть, огонь, воздухъ, воду и землю.

ЗАДАЧА CVIII.

§. 492. Сдѣлать чертежъ для составленiя изъ толстой бумаги тетраэдра.

РѢШЕНIЕ.

1. Сдѣлай равносторонной Δ DEF. Фиг. 237.

2. На всѣхъ бокахъ онаго сдѣлай также другiе три равносторонные треугольника DAE, EBF и FCD; такимъ образомъ произойдетъ желаемый тетраэдръ.

ПРИБАВЛЕНIЕ.

§. 493. Естьлижъ BC продолжится до H такъ, чтобъ было CH = FC, и какъ въ рѣшенiи предыдущей задачи показано (§. 492.), будутъ сдѣланы равносторонные треугольника CHI, CGH, HLI, DCI: то произойдетъ желаемой октаэдръ. Фиг. 238.

ЗАДАЧА CIX.

§. 494. Сдѣлать чертежъ для составленiя изъ толстой бумаги икосаэдра.

РѢШЕНIЕ.

1. Сдѣлай равносторонный Δ ABC.

2. На продолженномъ основанiи AB сдѣлай AB = BF = FG = GH = HD. Фиг. 239.

3. Чрезъ точку C означь линѣю CE, параллельную съ AB и сдѣлай CI = IK = KL = LM = ME = AB.

4. Проведи прямыя линѣи CS чрезъ точки C и B, NT чрезъ точки I и F, OV чрезъ точки K и G и проч.

5. Равнымъ образомъ проведи другія прямыя линѣи YO чрезъ точки B и I, SP, чрезъ точки F и K, TQ чрезъ точки G и L и проч. такимъ образомъ произойдетъ желаемой икосаэдръ.

ЗАДАЧА CX.

§. 495. Сдѣлать чертежъ для составленія изъ толстой бумаги додекаэдра.

РѢШЕНІЕ.

1. Сдѣлай пра́вильный пятіугольникъ ABCDE.

Фиг. 240. 2. Приложивъ линѣйку къ A и D означь прямыя линѣи AG и DF, равныя AB.

3. Такимъже образомъ означь прямыя линѣи AG и HC, BL и KD, BN и EM и проч.

4. Раствореніемъ циркула равнымъ боку пятіугольника сдѣлай разрѣзы изъ точекъ G и L въ точку Q, изъ N и O въ R, изъ H и F въ S и проч. и проведи прямыя линѣи GQ и QL, NR и OR, HS и FS и проч.

5. Такимъже образомъ начерти и прочіе пятіугольники a, b, c, d, e, f; и произойдетъ желаемой додекаэдръ.

ТЕОРЕМА LVII.

§. 496. Всѣхъ пра́вильныхъ тѣлъ только пять находится.

ДО-

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Поелику извѣстно, что углы находящїеся около одной средней точки, всѣ вмѣстѣ составляютъ 360 градусовъ (§. 139.), и когда соединяются они боками своими и верьхами, производятъ плоскую поверьхность; того ради три плоскїе угла, составляющїе толстой уголъ правильнаго тѣла, должны содержать въ себѣ меньше 360 градусовъ. Ибо не могутъ оные произвести толстаго угла, или выходящей тѣла остроты (§. 457.). Притомъ, поелику правильныя тѣла ограничиваются со всѣхъ сторонъ правильными фигурами (§. 488.): то и для составленїя толстаго угла въ правильномъ тѣлѣ потребны только углы правильныхъ фигуръ. И такъ, когда соединяются три угла равносторонняго треугольника, изъ которыхъ каждой по 60 градусовъ (§. 200.), а вся сумма ихъ 180 градусовъ, происходитъ изъ того толстой уголъ, какой и находится въ тетраэдрѣ; четырежъ такїе угла, поелику составляютъ 240 градусовъ, могутъ соединиться для произведенїя толстаго угла, какой и находится въ октаэдрѣ, и пять такихъ угловъ, составляющихъ вмѣстѣ 300 градусовъ, могутъ также соединиться для произведенїя толстао угла, какой и на-

находится въ икосаэдрѣ; но шесть такихъже угловъ не могутъ ужѐ соединиться для произведенія толстаго угла, поелику оные вмѣстѣ взятые составляютъ 360 градусовъ. Естьлижъ углы квадратовъ вмѣсто треугольниковъ будутъ соединяться, то и изъ нихъ можетъ составленъ быть толстой уголъ, по тому что въ квадратѣ каждой уголъ по 90 градусовъ, и трехъ такихъ угловъ сумма = 270 градусамъ, какая и находится въ эксаэдрѣ; но четыре угла квадрата, поелику составляютъ 360 градусовъ, не могутъ соединиться для произведенія толстаго угла. На конецъ, поелику въ пра́вильномъ пятіугольникѣ каждой уголъ по 108 градусовъ, три такіе угла, поелику составляютъ 324 градуса, могутъ соединиться для произведенія толстаго угла, какой и находится въ додекаэдрѣ. А что прочихъ пра́вильныхъ многоугольниковъ углы не годятся для произведенія толстаго угла, сіе видно изъ того, когда на пр. въ пра́вильномъ шестіугольникѣ каждой уголъ по 120 градусовъ, и три такіе угла, вмѣстѣ взятые, составляютъ 360 градусовъ: то сумма трехъ угловъ другихъ многоугольниковъ будетъ больше 360 градусовъ. И такъ всѣхъ пра́вильныхъ тѣлъ только пять находится: ч. н. д.

ГЛА-

ГЛАВА ДВЕНАТЦАТАЯ.
О ИЗМѢРЕНІИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХЪ ТѢЛЪ.
ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLVI.
§. 497.

Мѣра тѣлъ (mensura corporum) есть кубъ извѣстной величины, коего бокъ равенъ или саженѣ, или футу, или дюйму, или линѣѣ, или другой какой нибудь опредѣленной длинѣ.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 498. Слѣдовательно тогда только измѣряется толщина тѣлъ, когда находится, сколько малой кубъ содержится въ предложенной какой нибудь толстотѣ.

ЗАДАЧА CXI.

§. 499. Найти толщину и поверьхность куба.

РѢШЕНІЕ.

1. Вымѣрявъ бокъ даннаго куба; умножъ оной самъ на себя, и произойдетъ квадратъ основанія. Фиг. 241.

2. Происшедшій изъ того квадратъ опять умножъ на тотъже бокъ, произведеніе покажетъ толщину куба.

3. Когда поверьхность куба состоитъ изъ шести равныхъ квадратовъ (§. 463.): то бокъ куба умноживъ самъ на себя, произведеніе изъ того происшедшее еще у-

множъ

множъ на 6. и произойдетъ желаемая поверьхность куба. На пр.

Бокъ куба $AB = 2^{\circ}, 7', 4''$

```
                2  7  4
               ---------
               10  9  6
              191  8  -
              548
              ----------
      ABCD = 7 5 0 7 6
                     6
              ----------
              4 5 0 4 5 6'' поверьх. куба
основан.  7 5 0 7 6''
          AB = 2 7 4''
              ----------
              3 0 0 3 0 4
            5 2 5 5 3 2
          1 5 0 1 5 2
          ---------------
          2 0 5 7 0 8 2 4'' толщ. куба
```

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Когда мѣры тѣлъ суть кубы, коихъ бока равны саженѣ, футу, дюйму и проч. (§. 497. и 498.): то опредѣляющїй толщину куба долженъ найти, сколько саженъ, футовъ, дюймовъ и проч. кубическихъ въ ономъ содержится. Но когда представимъ себѣ, что бокъ куба на сколько нибудь равныхъ частей раздѣленъ: то будетъ столько рядовъ кубовъ, на сколько частей бокъ AB раздѣленъ, и во всякомъ ряду по столь-

столькужъ оныхъ будетъ находиться, сколько квадратовъ на основанiи ACEF: чего ради естьли основанiе ACEF, то есть, произведенiе происшедшее изъ умноженiя бока куба самого на себя умножишь на бокъ куба, будетъ извѣстно, сколько малыхъ кубовъ большей кубъ въ себѣ содержитъ. ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНIЕ 1.

§. 500. Поелику Геометрическiя мѣры раздѣляются на 10 частей (§. 25.); того ради всякой кубъ, имѣющiй вмѣсто бока линѣю, состоящую изъ 10 частей, содержитъ въ себѣ тысячу кубовъ, коихъ бокъ есть десятая часть линѣи, то есть, кубическая сажень 1000 кубическихъ футовъ; кубической футъ 1000 кубическихъ дюймовъ; кубической дюймъ 1000 кубическихъ линѣй въ себѣ содержитъ.

ПРИБАВЛЕНIЕ 2.

§. 501. И такъ въ Стереометрiи пропорцiя мѣръ перемѣняется и дѣлается тысячною, которая въ первой части Геометрiи десятерная, а во второй сотенная была.

ПРИБАВЛЕНIЕ 3.

§. 502. Изъ чего явствуетъ способъ, какъ отдѣлять сорты мѣръ въ большомъ числѣ. На пр. ежели будутъ даны 2567802

кубическіе дюйма: то отдѣленіе сортовъ дѣлается отъ правой руки къ лѣвой, оставляя для каждаго сорта по три знака, что сдѣлавъ произойдутъ 2. кубическія сажени, 567 кубическихъ футовъ и 802 кубическіе дюйма. Изъ сего легко понять можно, какъ исчислять толщину тѣлъ.

ПРИБАВЛЕНІЕ 4.

§. 503. Что въ Ариѳметикѣ о кубическихъ числахъ сказано, что оныя имѣютъ утроенное содержаніе своихъ радиксовъ, тоже и здѣсь должно разумѣть о толстыхъ кубахъ, то есть, что они имѣютъ утроенное содержаніе своихъ боковъ.

ТЕОРЕМА LVIII.

§. 504. Треугольныя призьмы, имѣющія равное основаніе и одинакую перпендикулярную высоту, суть равны между собою.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Надлежитъ представить, что такія призьмы параллельно съ основаніями своими разрѣзываются на самые тонкіе слои: то, поелику оныя имѣютъ одинакую высоту и одно основаніе, сколько изъ одной вырѣжется слоевъ, столько и изъ другой, и всѣ оные слои будутъ равны между собою (§. 460.). Ибо равные треугольники, будучи двигнуты по той же линѣѣ, опредѣляютъ равныя пространства,

или

или тѣла, то есть, равныя треугольныя призьмы (§. 459.). ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 505. Тоже разумѣть должно и о четыреугольныхъ призьмахъ, кои суть вдвое больше треугольныхъ.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 506. И о всякихъ другихъ многоугольныхъ призьмахъ, которыя имѣютъ равныя основанія и одинакую высоту, то же понимать должно.

ПРИБАВЛЕНІЕ 3.

§. 507. Поелику извѣстно, что плоскость круга уподобляется многоугольнику, имѣющему великое множество боковъ (§. 359.): то можно видѣть, что и цилиндръ состоитъ изъ безчисленныхъ призьмъ; почему цилиндры, имѣющіе одно основаніе и одинакую высоту, суть равны между собою.

ЗАДАЧА CXII.

§. 508. Найти толщину и поверьхность параллелепипеда.

РѢШЕНІЕ.

1. Вымѣряй длину GM, ширину MN и вышину ME параллелепипеда. Фиг. 216.

2. Умножь GM на MN, то произведеніе покажетъ, сколько въ основаніи параллелепипеда FGMN содержится кубическихъ футовъ, дюймовъ и линѣй.

3. Умножь сїе произведенїе на высоту ME, и произойдетъ толщина параллелепипеда.

4. Для поверьхностижъ паллелепипеда, сыскавъ плоскость параллелограммовъ NMKE, FNMG и HGME сложи, и происшедшую изъ того сумму умножь на 2, произведенїе покажетъ поверьхность параллелепипеда. На пр.

GM=36
MN=12
72
36
432
ME=15
2160
432
6480 толщ. параллелеп.

GM=36
MN=12
72
36
GMNF=432

GM=36
ME=15
180
36
GMEH=540

NM=12
ME=15
60
12
NMEK=180
GMEH=540
GMNF=432
1152
2
2304 поверьх. параллелеп.

ТЕ-

ТЕОРЕМА LIX.

§. 509. ПараллелепипедЪ ABFD дiагональною плоскостiю ACFD раздѣляется на двѣ равныя треугольныя призьмы. Фиг. 242.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Поелику параллелограммЪ AB дiагональною линѣею AC раздѣляется на два равные треугольника ABC и AGC (§. 289); но такiе треугольники движенiемЪ своимЪ по линѣѣ CD означаютЪ треугольныя призьмы ABD и AGE; слѣдовательно онѣ равны между собою (§. 459. и 475.). ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНIЕ.

§. 510. Почему треугольная призьма есть половина четыреугольной которая сЪ нею имѣетЪ одинакую высоту и двойное основанiе.

ЗАДАЧА CXIII.

§. 511. Найти толщину и поверьхность треугольной призьмы. Фиг. 215.

РѢШЕНIЕ.

1. СыскавЪ плоскость основанiя призьмы BAC (§. 338.), умножь оную на высоту ея CD, произведенiе покажетЪ толщину помянутой призьмы.

2. СыскавЪ плоскости параллелограммовЪ, окружающихЪ пирамиду, сложи вмѣстѣ какЪ сiи, такЪ и плоскость основанiя ея, взятую дважды сумма покажетЪ поверьхность призьмы. На пр.

BC = 432, AG = 357, CD = 869.

½ BC = 216	AC = 432
AG = 357	CD = 869
1512	3888
1080	2592
648	3456
77112	ACDE = 375408
CD = 869	3
694008	1126224
462672	2ABC = 154224
616896	
67010328 толщ. приз.	1280448 повер. приз.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 512. Равнымъ образомъ и прочихъ многоугольныхъ призьмъ толщины и поверьхности находятся, поелику оныя могутъ раздѣлиться на треугольныя.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 513. Въ предложенномъ примѣрѣ (§. 511.), приниманъ былъ за основаніе призьмы равносторонный треугольникъ; но естьли основаніе призьмы будетъ какая не пра́вильная фигура, то и параллелограммы составляющіе поверьхность ея будутъ не равные, и по тому въ такомъ случаѣ надлежитъ сыскивать плоскость каждаго въ особливости параллелограмма, и потóмъ всѣ оныя плоскости вмѣстѣ сложить.

ЗАДАЧА CXIV.

§. 514. Найти толщину и поверьхность цилиндра. Фиг. 222.

РѢШЕНІЕ.

1. Сыскавъ плоскость основанія цилиндра (§. 360.), умножь оную на высоту его, произведеніе покажетъ толщину цилиндра.

2. Для поверьхностижъ цилиндра, окружность основанія умножь на всю высоту, произведеніе покажетъ поверьхность цилиндра безъ двухъ его основаній, почему:

3. Плоскость основанія цилиндра умноживъ на 2, приложи къ тому, и произойдетъ вся поверьхность цилиндра. На пр.

AB = 56, CE = 246

100 : 314 = 56
56
———
1884
1570
———
17584''' окруж.

17584
¼ AB = 14
———
70336
17584
———
246176 площ. основ.
CE = 246
———

17584''' окруж.
CE = 24600
———
105504
70336
35168
———
432566400
плоск. основ. дваж. взят. = 492352
———
4818016 поверьх. цилиндр.

1477056

1477056
984704
492352

60559296 толщ. цилиндр.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Когда плоскость круга равняется такому треугольнику, коего основаніе есть окружность, а высота полупоперешникъ (§. 359.); цилиндръ же равняется треугольной призмѣ, имѣющей съ нимъ равное основаніе и одинакую высоту (§. 507.); слѣдовательно толщина цилиндра справедливо находится, умножая плоскость основанія его на высоту. ч. н. д.

ТЕОРЕМА LX.

§. 515. Треугольники OMN и omn, которые въ равномъ разстояніи отъ основанія, происходятъ отъ поперечнаго перерѣза двухъ треугольныхъ пирамидъ, имѣющихъ равныя основанія и высоты, суть равны между собою.

Фиг. 243. 245.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Когда всѣ бока такихъ треугольниковъ равны между собою, то они составляютъ равные треугольники (§. 153.); а что бока всѣ равны, сіе доказывается такимъ образомъ: возьми въ особливости двѣ треугольныхъ пирамидъ поверьхности ABD и abd: то для

для подобія треугольниковъ, которые происходятъ отъ проведенныхъ линѣй OM и om, AR и ar, служатъ слѣдующія пропорціи:

AR: AL = BR: OL
BR: CL = RD: LM (§. 210.)

Также BR+RD: OL+LM = AR: AL (§. 152. Арив.)

То есть, BD: OM = AR: AL

Равнымъ образомъ ar: al = br: ol
br: ol = rd: lm

Также br—rd: ol—lm = ar: al

То есть, bd: om = ar: al.

Но поелику въ обоихъ случаяхъ высоты Al = al и основанія BD = bd равны между: то будетъ и OM = om. Такимъже образомъ доказывается равенство линѣй ON и on, NM и nm. ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 516 Тоже должно разумѣть о четыреугольныхъ и о другихъ многоугольныхъ пирамидахъ, имѣющихъ равныя основанія и высоты: поелику основанія ихъ на треугольники, а самыя пирамиды на другія подобныя раздѣляются.

ТЕОРЕМА LXI

§. 517. Пирамиды, имѣющія равныя основанія и одинакую высоту, суть равны между собою. Фиг. 243.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Надлежитъ представить, что пирамиды параллельно съ основанiемъ разрѣзываются на весьма тонкiе слои OMN и omn: то, поелику оныя имѣютъ одинакое основанiе, одну и туже высоту, никто не будетъ сомнѣваться въ томъ, что изъ одной такой пирамиды можно вырѣзать столькожъ слоевъ равновысокихъ, сколько и изъ другой. Но когда всѣ такiе слои, для тонкости своей отъ треугольниковъ OMN и omn мало, или почти ничего не разнствуютъ, равны между собою: то оба такiя тѣла изъ равныхъ и равномѣрно многихъ слоевъ, такъ какъ изъ частей, составляются, изъ чего и равенство обоихъ такихъ тѣлъ явствуетъ. ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНIЕ.

§. 518. Тоже должно понимать и о конусахъ, имѣющихъ одно основанiе и одинакую высоту, по тому что они почитаются за составленные изъ безчисленныхъ трехтреугольныхъ пирамидъ; поелику основанiе ихъ состоитъ изъ безчисленныхъ малыхъ треугольниковъ (§. 359.).

ТЕОРЕМА LXII.

Фиг. 244. §. 519. Треугольная призьма можетъ раздѣлена быть на три равныя пирамиды.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Пусть будетъ данная призьма ABCDEF: то, естьли въ ней проведутся линѣи DC, DB

и CE, произойдетъ первая пирамида ABCD, по семъ вторая DEFC и третья EBCD, и всѣ между собою равныя. Ибо оба основанія призьмы ABC и DEF между собою параллельны и равны; также сверьхъ сего DA и FC стоятъ на основаніяхъ перпендикулярно, и по тому обѣ пирамиды ABCD и DEFC, поелику имѣютъ равныя основанія ABC и DFE и притомъ равныя высоты AB и FC, равны между собою (§. 517.). Притомъ EFCB есть параллелограммъ, а EC діагональная линѣя, то CFE = EBC (§. 289.); слѣдовательно основанія CFE и EBC обѣихъ пирамидъ DEFC и DEBC равны между собою; линѣяжъ, которая изъ общаго сихъ обѣихъ пирамидъ верьху D проводится, на поверьхности CBEF перпендикулярно, есть какъ къ EFC, такъ и къ EBC перпендикулярна; слѣдовательно обѣ сіи пирамиды имѣютъ также равную высоту и такъ во всѣхъ частяхъ равны между собою (§. 517), и по тому всѣ три пирамиды равны между собою. ч. н. д.

Примѣчаніе.

§. 520. Такое раздѣленіе треугольной призьмы на́ три равныя пирамиды яснѣе можно видѣть, естьли она будетъ сдѣлана деревянная и разрѣжется вышепомянутымъ образомъ.

При-

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 521. И всякая многоугольная призьма содержитъ въ себѣ толщину трехъ пирамидъ, имѣющихъ равныя основанія и одинакую высоту, поелику такая призьма на треугольныя призьмы (§. 509. и 510.); а изъ сихъ каждая на треугольныя пирамиды раздѣлиться можетъ (§. 520.). И какъ каждая часть призьмы есть втрое больше каждой части пирамиды: то и цѣлая призьма въ разсужденіи цѣлой пирамиды будетъ втрое больше.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 522. Поелику цилиндръ за многоугольную призьму (§. 507.), а конусъ за многоугольную пирамиду (§ 518.) могутъ приняты быть: то и цилиндръ есть втрое больше конуса, имѣющаго съ нимъ равное основаніе и одинакую высоту.

ЗАДАЧА CXV.

§. 523. Найти толщину и поверьхность
Фиг. треугольной пирамиды.
219. РѢШЕНІЕ.

Поелику треугольная пирамида ABCD есть третья часть треугольной призьмы, которая одно основаніе и одинакую высоту съ пирамидою имѣетъ (§. 519.: то найди только толщину такой призьмы (§. 511.), возьми оной третью часть, и получишь толщину пирамиды. И такъ вообще

толщина пирамиды ABCD будетъ $= \frac{ABCXAD}{3}$. Для поверьхностижъ пирамиды надлежитъ сыскать плоскости всѣхъ треугольниковъ, коими она ограничивается, на пр. ACD, ABD, CDB, и ABC, и найденныя плоскости сложить въ одну сумму. Положимъ, что толщина призьмы = 67010328 (§. 511.): то будетъ

3 | 67010328 | 22336776 толщ. пирамид.

ЗАДАЧА CXVI.

§. 524. Найти толщину и поверьхность конуса.

РѢШЕНІЕ.

Поелику конусъ есть третья часть цилиндра, которой съ нимъ имѣетъ одно основаніе и одинакую высоту (§. 522): то Фиг. 246.
надлежитъ только сыскать толщину такого цилиндра и взять третью часть онаго, и будетъ извѣстна толщина конуса. Для поверьхностижъ конуса надлежитъ окружность основанія его умножить на половину бока конуса, или половинную окружность основанія его на весь бокъ, и приложить къ тому плоскость основанія. Положимъ, что толщина цилидра = 60559296 (§. 514.): то будетъ

3 | 60559296 20186432 толщ. конуса.

По-

Положимъ также, что DC = 56: то будетъ

100 : 314 = 56 высота GF = 246

56
1884
1570
17584 окружн.

246
246
1476
984
492
60516
784
√ 61300 | 247 = бокъ конуса.

½ DC = 28 = CG
28
224
56
784

окруж. 1784 = 8792
2

FC = 247
61544
35168
17584
2171624 поверьх. кон. безъ плоск. основ.

17584
½ DC = 14
70336
17584
246176 плоск. основ.
2171624
2417800 вся поверьхн. конуса.

Опре

ОПРЕДѢЛЕНІЕ CXVII.

§. 525. Когда у конуса ABE вверьху отрѣжется часть CDE, которая имѣетъ свое основаніе CD съ основаніемъ цѣлаго конуса AB параллельное: то остатокъ ABDC называется *усѣченнымъ конусомъ* (conus truncatus). Фиг. 247.

ЗАДАЧА CXVII.

§. 526. Найти толщину и поверьхность усѣченнаго конуса.

РѢШЕНІЕ.

Когда въ усѣченномъ конусѣ можно вымѣрять большой поперешникъ AB, меньшой CD, и притомъ бокъ его AC: то

1. Поелику Δ AHC $\backsim$ Δ AFE (§. 210.), будетъ AH: HC = AF: FE, то есть, какъ разность полупоперешниковъ содержится къ высотѣ усѣченнаго конуса, такъ большой поперешникъ будетъ содержаться къ высотѣ цѣлаго конуса.

2. Сыскавъ цѣлаго конуса высоту FE, найди толщину его (§. 524.).

3. Изъ найденной всей конуса высоты FE вычти усѣченнаго конуса высоту HC = FG: то останется отрѣзаннаго конуса высота G.

4. Потомъ отрѣзаннаго конуса CDE сыскавъ толщину (§. 524.), вычти оную изъ толщины цѣлаго конуса, и останется толщина усѣченнаго конуса, то есть. ABE — CDE

— CDE = ABDC. на пр. AB = 10′, CD = 4′, AC = 18′, $\frac{1}{2}$ AB = AF = 5′.

AB = 1000‴ | AC = 18′00″
CD = 400‴ | AC = 1800

$\frac{600}{2}$ = 300‴ = AH | 144
300 = AH | 18

90000 = AH^2 | 3240000 = AC^2
 | 90000 = AH^2
 | 315000 = HC^2

$\sqrt{HC^2}$ = 3150000 | 1774‴ = HC

AH : HC = AF : FE

300‴ : 1774‴ = 500‴

500

300 | 887000 | 2956 = FE
1774 = HC = FG

1182‴ = GE = 394‴ = $\frac{1}{2}$GE

3

100 : 314 = 400‴

400

100 | 125600 | 1256 окруж. мен. круга
100 = $\frac{1}{4}$ CD

125600 плоск. мен. круга.

125600

125600
$394 = \frac{1}{2}$GE

502400
1130400
376800

49486400''' толщ. конуса CDE.

100 : 314 = 1000'''
1000

100 | 314000 | 3140 окр. боль. круга
$250 = \frac{1}{4}$AB

157000
628

785000 тол. бол. круга
$985 = \frac{1}{3}$ FE

3925
6280
7065

773225000 толщ. кон. ABE
49486400 = CDE

723738600 толщ. усѣчен. конуса.

Для поверьхностижъ усѣченнаго конуса надлежитъ окружности большаго и меньшаго круга сложить и половину суммы умножить на бокъ конуса, потомъ приложить къ тому плоскости двухъ круговъ; такимъ образомъ произойдетъ поверьхность усѣченнаго конуса. На пр.

3140 окруж. больш. круга
1256 окруж. мень. круга

2 | 4396 | 2198
1800‴ = AC

17584
2198

3956400 повер. усѣч. кон. безъ плоск. двухъ круговъ.
785000 плоск. больш. круга.
125600 плоск. мень. круга.

4867000 поверьхн. усѣчен. конуса ABDC.

ЗАДАЧА CXVIII.

§. 527. Найти толщину и поверьхность пяти пра́вильныхъ тѣлъ.

РѢШЕНІЕ.

Какимъ образомъ находится толщина и поверьхность эксаэдра, или куба, о томъ ужѐ сказано (§. 499.); тетраэдръ же есть треугольная пирамида: того ради толщина и поверьхность его находится, какъ треугольной пирамиды, о чемъ также выше сего объявлено (§. 533.). Октаэдръ есть двойная четыреугольная пирамида, того ради толщина его находится какъ треугольной пирамиды, поелику четыреугольникъ на треугольники раздѣленъ быть можетъ. Икосаэдръ состоитъ изъ двадцати треугольныхъ, а додекаэдръ изъ двенатцати пя-

пятiугольныхъ равныхъ пирамидъ, которыя всѣ верьхъ свой имѣютъ въ центрѣ своего тѣла: того ради толщина ихъ находится какъ и треугольныхъ пирамидъ. Поелику пятiугольникъ на треугольники раздѣленъ быть можетъ. Что касается до поверьхности ихъ, то, поелику у октаэдра находится восемь, у икосаэдра двадцать равносторонныхъ треугольниковъ; надлежитъ сыскать плоскость одного только такого треугольника и оную умножить на число граней пра́вильнаго тѣла. Додекаэдръ ограничивается двенатцатьми пра́вильными и между собою равными пятiугольниками, и ежели сыщется плоскость одного такого пятiугольника и умножится на 12, то есть, на число граней: то произведенiе покажетъ поверьхность додекаэдра.

ПРИБАВЛЕНIЕ.

§. 528. Ежели будетъ сторона эксаэдра, или куба = 1000, тетраэдра = 2040, октаэдра = 1285, икосаэдра = 770, додекаэдра = 507: то пра́вильныя тѣла̀ въ разсужденiи ихъ толщины будутъ равны между собою.

ТЕОРЕМА LVIII.

§. 529. Призьмы, цилиндры, пирамиды и конусы имѣютъ сложенное содержанiе оснований и высотъ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Поелику толщина показанныхъ тѣлъ находится, умножая плоскость основанія или на всю высоту, или на третью ея часть: того ради имѣютъ они сихъ произведеній, то есть, основаній и высотъ умноженное, или сложенное содержаніе ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 530. Ежели основанія ихъ будутъ равныя: то они содержатся между собою, какъ высоты; а ежели высоты ихъ будутъ равны: то они содержатся между собою, какъ основанія.

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

Фиг. 248. §. 531. Чего ради кубъ къ цилиндру въ немъ написанному, то есть, толщина куба къ толщинѣ цилиндра имѣетъ такое содержаніе, какое квадратъ поперешника къ кругу, то есть, по Архимед. какъ 14 : 11, по Цейлен. какъ 1000 : 785, по Мец. какъ 352 : 355. На пр.

По Архимед. CD = 7.

CD = 7	7 : 22 = 7
7	7
49	154 | 22
7	7
343 толщ. куба	4 | 154 | $38\frac{1}{2}$ плоск. основ. цилинд.

$$\frac{77 \times \frac{7}{1}}{2} = \frac{539}{2} \quad 2|549|269\tfrac{1}{2}$$

тол. цилинд.

И такъ $343 : 269\tfrac{1}{2} = 14 : 11.$
$686 : 538 = 14 : 11.$

Но раздѣливъ оба количества перваго содержанія на принятое по изволенію число, на пр. на 49, получишь содержаніе 14 : 11, такъ какъ утверждаемо было.

По Цейлен. CD = 100

```
C = D 100                    100 : 314 = 100
      100                          100
  -------                    ----------
    10000              100  |31400|314
      100                   |     | 25
  -------                         -----
  1000000 толщ. куба.              1570
                                   628
                                  -----
                                  7850 плоск. основ.
                                   100 цилинд.
                                 ------
                                785000 толщ. цилинд.
```

И такъ $1000000 : 785000 = 1000 : 785$

Но раздѣливъ оба количества перваго содержанія на принятое по изволенію число, на пр. 1000, получишь содержаніе 1000 : 785, какъ и утверждаемо было.

По мец. CD = 113.

CD = 113
113
———
339
113
113
———
12769
113
———
38307
12769
12769
———
1442897 толщ. куба

113 : 355 = 113
113
———
1065
155
355
———
113 | 40115 | 355
339
———
621
665
———
565
565
———
335
113
———
1065
355
355
———
4 | 40116 | 10028 $\frac{3}{4}$ плоск. основ. цилинд.

10028 $\frac{3}{4}$ × 113
———
40115
113
———
120345
40115
10115
———
4 | 4532995 | 1133248 $\frac{3}{4}$ толщ. цилинд.

И

Итакъ $1442897 : 1133248\frac{3}{4} = 452 : 355$

$5771588 : 4532995 = 452 : 355$

Но раздѣливъ оба количества перваго содержанія на принятое по изволенію число, на пр. на 12769, получишь содержаніе 452 : 355, какъ и утверждаемо было.

ТЕОРЕМА LXIV.

§. 532. Подобные параллелепипеды содержатся между собою въ утроенномъ содержаніи сходственныхъ боковъ.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Поелику для сысканія толщины параллелепипеда употребляются три множителя, то есть, длина и высота основанія и притомъ высота всего тѣла (§. 508); и какъ сіи множители, когда суть числа между собою подобныя, имѣютъ одинакое содержаніе сходственныхъ боковъ. ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ. 1.

§. 533. Тоже должно разумѣть и о треугольныхъ между собою подобныхъ призьмахъ, кои суть половинныя параллепипедовъ, или четыреугольныхъ призьмахъ (§. 509.), и о всѣхъ другихъ многоугольныхъ призьмахъ и о самыхъ цилиндрахъ (§. 505, 506 и 507.).

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 534. Приличествуетъ также пирамидамъ и конусамъ, между собою подобнымъ,

утроенное содержанiе сходственныхъ боковъ, или высотъ, поелику пирамиды призьмъ, а конусы цилиндровъ, имѣющихъ одинакое основанiе и одну высоту, суть трети части (§. 521 и 522.).

ТЕОРЕМА LXV.

Фиг. 249. §. 535. Шаръ къ цилиндру, имѣющiй съ нимъ равное основанiе и одинакую высоту, то есть, толщина шара къ толщинѣ цилиндра содержится, какъ 2 : 3.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Фиг. 250. Для доказательства сей теоремы надлежитъ начертить квадратъ ABCD и въ немъ провесть дiагональную линѣю CA, такожъ изъ центра C описать четверть круга DGB, и представить себѣ, что сей квадратъ вмѣстѣ съ дiагональною въ немъ проведенною линѣею и описанною четвертью круга оборотится около CD: то отъ обращенiя квадрата цилиндръ, отъ обращенiя дiагональной линѣи, или треугольника ADC конусъ, отъ обращенiяжъ четверти круга половина шара произойдетъ (§. 469, 471 и 467.); потомъ надлежитъ провесть линѣю EH, параллельную съ линѣею CB, такожъ линѣю CG, и должно представить себѣ въ умѣ, будтобы три помянутыя тѣла по линѣѣ EH разрѣзаны были: то отъ сего разрѣза во всѣхъ трехъ тѣ-

тѣлахъ произойдутъ такіе круги, коихъ полупоперешники суть EH, EG и EF. Но поелику плоскости круговъ содержатся между собою, какъ квадраты ихъ поперешниковъ (§. 355.); то будетъ содержаться кругъ шара къ коническому кругу, какъ $EG^2:EF^2$ или по тому что $EF=EC$, (§. 210) какъ $EG^2:EC^2$; и такъ кругъ шара вмѣстѣ съ коническимъ кругомъ будетъ содержаться къ коническому кругу, какъ $EG^2+EC^2:EC^2$, то есть $CG^2:EC^2$; но поелику $EH=DA=DC=CG$ (§. 281. и 79.): то цилиндрической кругъ къ коническому кругу будетъ содержаться, какъ $CG^2:EC^2$. Изъ сихъ двухъ содержаній явствуетъ, что кругъ шара вмѣстѣ съ коническимъ кругомъ содержится къ коническому кругу, какъ цилиндрической кругъ къ коническому кругу; слѣдовательно кругъ шара вмѣстѣ съ коническимъ кругомъ равенъ цилиндрическому кругу (§. 32. Ариѳ.), или, ежели отъ цилиндрическаго круга отнимется коническій кругъ, останется кругъ шара. И когда сіе справедливо въ разсужденіи всѣхъ параллельныхъ прорѣзовъ, или слоевъ, то есть, можно сдѣлать въ конусѣ, въ половинѣ шара и въ цилиндрѣ, для ихъ равной высоты, равное число такихъ прорѣзовъ, или слоевъ: то слѣдуетъ изъ сего, что ко-

когда отъ цилиндра отнимется конусъ, останется половина шара, то есть, $ABHG - AKB = GCH$. Но какъ конусъ $= \frac{1}{3}$ цилиндра (§ 522.): то половина шара $GCH = \frac{1}{3}$ цилиндра $ABHG$, то есть, $GCH : ABHG = 2 : 3$, или $2\,GCH : 2\,ABHG = 2 : 3$. Но $2\,GCH$ есть цѣлой шаръ, а $2\,ABHG$ есть цѣлой цилиндръ: того ради содержится шаръ къ цилиндру, которой съ нимъ равное основанiе и одинакую высоту имѣетъ, какъ 2 : 3. ч. н. д.

ПРИМѢЧАНIЕ.

§. 536. Сiе изящное предложенiе изобрѣлъ Архимедъ и почиталъ оное столь высоко, что приказалъ вырѣзать на своей гробницѣ шаръ написанной въ цилиндрѣ. По сей-то фигурѣ и Цицеронъ узналъ гробницу Архимедову. См. Тускул. вопр. кн. 5. гл. 23.

ТЕОРЕМА LXVI.

§. 537. Кубъ къ шару въ немъ написанному, то есть, толщина куба къ толщинѣ шара содержится по Архимед. какъ 21 : 11, по Цейлен. какъ 300 : 157, по Мец. какъ 678 : 355.

Фиг. 651.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

По Архимед. Содержанiе куба и цилиндра одинакой высоты есть, какъ 14 : 11 (§. 531.), слѣдовательно содержанiе куба

къ

кЪ шару будетЪ, какЪ 14 : $7\frac{1}{3}$ (§. 535.), или, оба числа умноживЪ на 3, получишь 42 : 22, раздѣливЪ же оба числа сего содержанія на 2, получишь 22 : 11.

По Цейлен. Содержаніе куба и цилиндра одинакой высосты есть, какЪ 1000 : 785 (§. 531.); слѣдовательно содержаніе куба кЪ шару будетЪ, какЪ 1000 : $523\frac{1}{3}$ (§. 535.), или умноживЪ оба числа на 3, получишь, 3000 : 1570; раздѣливЪ же оба числа сего содержанія на 10, будешь имѣть 300 : 157.

По Мец. содержаніе куба и цилиндра одинакой высоты есть, какЪ 452 : 355 (§. 531.); слѣдовательно содержаніе куба кЪ шару будетЪ, какЪ 452 : $236\frac{2}{3}$ (§. 535.), или умноживЪ оба числа на 3, получишь 1356 : 710; раздѣливЪ же оба числа сего содержанія на 2, будешь имѣть 678 : 355. ч. н. д.

ЗАДАЧА CXIX.

§. 538. Найти толщину шара, когда будетЪ данЪ поперешникЪ его.

РѢШЕНІЕ.

ПредставивЪ, что поперешникЪ основанія цилиндра и высота его равна данному поперешнику шара, найди по сему поперешнику толщину цилиндра (§. 514.), и изЪ оной возьми $\frac{2}{3}$, то произойдетЪ толщина шара (§. 535.).

Или

Или

Принявъ данной поперешникъ шара за радиксъ, сдѣлай изъ него кубическое число, и потомъ къ числамъ 21 : 11, или 300 : 157, или 678 : 355 и къ составленному изъ поперешника кубическому числу найди четвертое пропорціональное число, которое и будетъ толщина шара (§. 537.). Положимъ, что данъ поперешникъ шара = 56, то:

7 : 22 = 56
66
———
132
110
———
7 | 1232 | 176
7
—
53
49
—
42
42
—

176
$14 = \frac{56}{4}$
———
704
176
———
2464
56
———
14784
12320
———
137984 толщ. цилинд.

$137984 : \frac{2}{3}$
2
———
3 | 275968 | $91989\frac{1}{3}$ толщ. шара.

Или

Или

```
        56
        56
       ———
       336
      280
     ———
      3136
        56
     ————
     18816
    15680
   —————
21: 11=175616
          11
   —————
    175616
   175616
   —————
```

21|1931776|91989$\frac{1}{3}$ такаяжъ толщ. шара.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 539. Ежели поперешникъ шара будетъ не извѣстенъ: то оной найти можно такимъ образомъ: поставивъ шаръ на гладкую и ровную доску, къ обоимъ бокамъ его приставь два наугольника FGH и IKL, то KG будетъ желаемой поперешникъ шара. Находится также поперешникъ шара особливымъ циркуломъ, у котораго обѣ ножки загнуты. Сей циркулъ въ особливости именуется *Кронъ-циркуломъ* (Taster Circkel). Фиг. 252.

ТЕ-

ТЕОРЕМА LXVII.

§. 540. Толщина шара равняется толщинѣ такого конуса, или такой пирамиды, коего или коей основанїе равно наружной поверьхности шара, а высота полупоперешнику его.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Надлежитъ представить, что всякая маленькая частица сферической поверьхности принята за круговое основанїе конуса, или вся поверьхность шара раздѣлена на безчисленное множество не большихъ квадратцовъ, и ко всѣмъ угламъ оныхъ изъ средины шара проведены прямыя линѣи: то видно, что шаръ состоитъ изъ безчисленнаго множества конусовъ, или изъ безчисленнаго множества четыреугольныхъ пирамидъ, коихъ верьхи соединяются въ срединѣ шара, а высота ихъ равна полупоперешнику онаго. Слѣдовательно весь шаръ равняется такому конусу, или такой пирамидѣ, которой, или которая имѣетъ основанїемъ наружную поверьхность шара, а высоту равную полупоперешнику онаго. ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНІЕ.

§. 541. Когда подобные конусы и подобныя пирамиды имѣютъ утроенное содержанїе сходственныхъ боковъ, или высотъ

(§.

(§. 534.), и доказано, что толщина шара уподобляется конусу, или пирамидѣ (§. 540.): то видно, что и шары, какъ всегда между собою подобные, имѣютъ утроенное содержанiе своихъ поперешниковъ, или полупоперешниковъ, то есть, содержатся между собою, какъ кубы ихъ поперешниковъ, или полупоперешниковъ (§. 537.).

ТЕОРЕМА LXVIII.

§. 542. Поверьхность шара есть вчетверо больше плоскости самаго большаго круга, которой начерченъ полупоперешникомъ того шара.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

Поелику толщина шара равна толщинѣ такого конуса, коего основанiе есть поверьхность шара, а высота полупоперешникъ его (§. 540.): то видно, что толщина шара произойдетъ, когда поверьхность его умножится на третью часть полупоперешника, или на шестую часть всего поперешника (§. 524.). Итакъ, естьли возьмемъ за поперешникъ 100, плоскость самаго большаго круга будетъ 7850 и толщина цилиндра, которой съ шаромъ, то есть поперешнику его равную высоту имѣетъ, будетъ 785000 (§. 514.), изъ котораго числа только $\frac{2}{3}$ содержитъ въ себѣ тол-

толщина шара (§. 535.), то есть, $523333\frac{1}{3}$; по приведенiижЪ сей смЂшенной дроби вЪ чистую, произойдетЪ толщина шара $\frac{1570000}{3}$; и сiе число, какЪ произведенiе, естьли раздЂлится на одного множителя, на пр. на $\frac{1}{6}$ поперешника $= \frac{100}{6}$: то произойдетЪ другой множитель (§. 68. Ариѳ.), то есть, поверьхность шара $= 31400$, которая точно есть вчетверо больше плоскости самаго большаго круга. ч. н. д.

ПРИБАВЛЕНIЕ 1.

§. 543. И такЪ поперешникЪ 100 умноженной на окружность самаго большаго круга 314, производитЪ поверьхность шара 31400. Поелику полупоперешникЪ умноженной на половину окружности производитЪ плоскость круга (§. 360.). Почему двойное, будучи умножено на двойноежЪ, производитЪ четверное.

ПРИБАВЛЕНIЕ 2.

§. 544. ИзЪ чего явствуетЪ, что поверьхность шара равняется такому продолговатому прямоугольному четвероугольнику, коего бока суть поперешникЪ шара и окружность самаго большаго круга.

ПРИБАВЛЕНIЕ 3.

§. 545. И такЪ еще есть способЪ, по которому можно находить толщину шара, то есть, поверьхность шара должно умно-

жить

жить на третью часть полупоперешника, или полупоперешникъ на третью часть поверьхности.

ЗАДАЧА CXX.

§. 546. Удвоить кубъ.

РѢШЕНІЕ.

Изъ даннаго кубическаго бока въ числахъ сдѣлавъ кубическое число, удвой оное, и изъ удвоеннаго извлеки кубической радиксъ, которой будетъ показывать бокъ двойнаго куба. Положимъ, что данъ бокъ куба = 47

$$\begin{array}{r} 47 \\ 47 \\ \hline 329 \\ 188 \\ \hline 2209 \\ 47 \\ \hline 15463 \\ 8836 \\ \hline 103823 \\ 2 \\ \hline \end{array}$$

$\sqrt[3]{207646}$ | 56 бокъ двойнаго куба.

ПРИБАВЛЕНІЕ 1.

§. 547. Равнымъ образомъ находится многочастной кубъ всякаго даннаго куба. И чтобъ сіе сокращенно дѣлать можно было:

 то

то Геометры сочинили для сего особливыя таблицы, въ коихъ принявъ бокъ простаго или одинакаго куба на 100, или на 1000 частей раздѣленнаго, бокъ куба двойнаго, тройнаго, четвернаго и проч. чрезъ извлеченіе кубическаго радикса изъ куба двойнаго, тройнаго, четвернаго и проч. за найденной почитаютъ. Примѣръ такой таблицы для кубическаго бока, на 100 частей раздѣленнаго, при семъ прилагается:

кубы много.	бокъ	кубы много.	бокъ	кубы много.	бокъ	кубы много.	бокъ
1	100	16	251	29	307	41	344
2	125	17	257	30	310	42	347
3	144	18	262	31	314	43	350
4	158	19	266	32	317	44	353
5	170	20	271	33	320	45	355
6	181	21	275	34	323	46	358
7	191	22	280	35	327	47	360
8	200	23	284	36	330	48	363
9	208	24	288	37	333	49	365
10	215	25	292	38	336	50	368
11	222	26	296	39	339		
12	228	27	300	40	341		
13	235	28	303				
14	241						
15	246						

ПРИБАВЛЕНІЕ 2.

§. 348. Когда шары содержатся между собою такъ, какъ кубы ихъ поперешниковъ, или полупоперешниковъ (§. 541. и 537.

537.): то, ежели изъ бока двойнаго куба, такъ какъ изъ поперешника, составится шаръ, будетъ оной вдвое больше перваго. Такимъже образомъ и далѣе шаръ увеличивается.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 549. Задача о удвоеніи куба прежде сего въ великое недоумѣніе приводила древнихъ Геометровъ. *Делійскою* (Deliacum) называется сія задача потому, что, какъ сказываютъ, Делійскимъ жителямъ, страждущимъ моровою язвою всегда издавалъ оракулъ такія изреченія, чтобъ они удвоили жертвенникъ Аполлоновъ, которой имѣлъ кубическую фигуру. См. Витр. Архитект. кн. 9. гл. 3. Первый Иппократъ показалъ, что удвоеніе куба дѣлается, ежели между бокомъ куба и между имъ же удвоеннымъ найдены будутъ двѣ среднія пропорціональныя линѣи, и первая изъ нихъ принята будетъ за бокъ двойнаго куба. Но для практики полезнѣе предложенной способъ (§. 546.).

ЗАДАЧА CXXI.

§. 550. Найти толщину какого не правильнаго тѣла.

РѢШЕНІЕ.

1. Положи не правильное тѣло, на пр. камень K въ сосудъ цилиндрической, или Фиг. 253.

 при-

призьматической AD, и сверьхЪ онаго налей воды, или насыпь мЕлкаго хорошаго песку такЪ, чтобЪ все тЕло покрылось.

2. Найди толщину цилиндра, ED (§. 514.), вЪ которомЪ содержатся налитая вода, или насыпанной песокЪ и не правильное тЕло.

3. ПотомЪ вынувЪ то неправильное тЕло, дай время всей водЕ сЪ него скапать, или песку ссыпаться, и найди отЪ опустившейся воды, или отЪ ссЕвшаго песку, которой хорошенько сравнять должно, толщину происшедшаго цилиндра GD.

4. На конецЪ толщину одной воды, или одного песку, которую изображаетЪ цилиндрЪ GD, вычти изЪ толщины цилиндра ED, остатокЪ покажетЪ толщину цилиндра EH, которая точно сходствуетЪ сЪ толщиною не правильнаго тЕла K, по тому что оное тЕло прежде занимало сіе пространство. ПоложимЪ, что AB = CD = 56′, EC = FD = 16′: то

$$100 : 314 = 56' : 17584'''$$

$$14 = \frac{1}{4} AB$$

70336
17584

246166
16 = EC

1477056
246176

3938816 толщ. цилинд. ED вмѣстѣ съ не пра́вил. тѣломъ.

Положимъ, что GC = HD = 12′: то

246176
12

492352
246176

2954112 толщ. цилинд. GD, то есть, толщ. одной опуспившейся воды, или одного ссѣвшаго песку.

Пото́мъ 3938816
2954112

984704 толщ. цилинд. EH, или толщ. не пра́вил. тѣла K.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 551. Естьлижъ какое тѣло въ сосудъ цилиндрической или призьматической способно положено быть не можетъ, на пр. статуя, утвержденная на неподвижномъ мѣстѣ: то въ такомъ случаѣ надлежитъ около оной сдѣлать изъ досокъ четыреуголь-

ную

ную призьму, и насыпавъ поверьхъ оной песку, далѣе поступать, какъ показано. (§. 550.).

Или

Возьми такой сосудъ, которой бы содержалъ въ себѣ мѣру кубическаго фута песку, и насыпай оною мѣрою песокъ въ сдѣланную изъ досокъ около той статуи призьму, и считай, сколько такихъ футовъ песку въ ту призьму всыпано будетъ. Потомъ сыскавъ толщину сдѣланной около статуи призьмы (§. 508. 511. и 512.) вычти изъ оной число сосудовъ всыпанныхъ песку, остатокъ будетъ показывать толщину статуи. Положимъ, что всей призьмы, вмѣстѣ съ статуею по самую поверьхность песку, будетъ толщина 100 кубическихъ футовъ, насыпаножъ песку 35 кубическихъ футовъ: то 100—35=65 будетъ толщина статуи.

ЗАДАЧА CXXII.

§. 552. Найти толщину пустаго тѣла, то есть, найти толщину того вещества, которое можетъ вмѣститься въ какомъ пустомъ тѣлѣ.

РѢШЕНІЕ.

Случай 1. Ежели пустое тѣло не находится въ числѣ правильныхъ тѣлъ: то

1. Сыскавъ толщину всего тѣла вмѣстѣ съ пустотою, наполни то пустое или порожнее тѣло водою, или насыпь въ оной мѣлкаго хорошаго песку.

2. Потомъ вылей воду, или высыпь песокъ въ другой сосудъ, которой бы имѣлъ фигуру правильнаго тѣла, на пр. призьмы, или цилиндра, и

3. Вымѣрявъ высоту воды, или сравненнаго въ томъ сосудѣ песку, умножь на оную основаніе сосуда, произведеніе покажетъ толщину одной воды, или одного песку.

4. На конецъ толщину одной воды, или одного песку вычти изъ толщины найденной по первому пункту, остатокъ покажетъ толщину того вещества, которое можетъ вмѣститься въ пустомъ тѣлѣ, то есть, такимъ образомъ будетъ извѣстна толщина одной токмо, такъ бы сказать, пустоты тѣла.

Случай 2. Ежели пустое тѣло будетъ или параллелепипедъ, или призьма, или цилиндръ, или шаръ, или пирамида, или конусъ: то въ такомъ случаѣ сыскавъ сперва по выше предложеннымъ правиламъ толщину всего тѣла вмѣстѣ съ пустотою его, потомъ по тѣмъже правиламъ найди въ особливости толщину одной токмо пусто-

стоты, по тому что она принята быть можетъ за подобную своею фигурою всему тѣлу; и когда сію найденную толщину вычтешь изъ толщины всего тѣла, то въ остаткѣ получишь толщину пустаго тѣла, или толщину одного токмо того вещества, которое въ томъ тѣлѣ умѣститься можетъ. Положимъ, что требуется найти толщину пустаго цилиндра ABCD, и положимъ, что поперешникъ всего тѣла будетъ $AB = 56''$, длина $AC = 246''$: то

100 : 314 = 56

56

1884

1570

100 | 17584''' | 17584'''

14 = ½ 56

70336

17584

246176'''

246''0'

1477056

1084704

492352

$615592960'''$ толщина всего тѣла вмѣстѣ съ пустотою.

Положимъ, что поперешникъ пустаго тѣла будетъ $= 500'''$: то

$$100 : 314 = 500$$

```
                500
          ___________
100 | 157000 | 1570
             | 135 = ¼ 500
               __________
                785
               314
              157
              __________
              19625
                2560''' = AC
            _______________
             117750
              78500
             39250
           ________________
           482775000'''
```

И такъ $615592960'''$
$482775000'''$
____
132817960 толщина одного токмо пустаго тѣла.

ГЛАВА ТРИНАТЦАТАЯ.

О ИЗМѢРЕНІИ ТѢЛЪ ОБЫКНОВЕННЫМИ МѢРАМИ.

ОПРЕДѢЛЕНІЕ XLVIII.

§. 553.

Въ общемъ употребленіи находящіяся мѣры суть или *четверики*, коими обыкновенно мѣряемъ всякой немолотой, а иногда и молотой хлѣбъ, ссыпанной въ кучу, или *вѣсы* и *безмѣны*, на коихъ вѣсимъ всякія тяжести, или *вѣдра* и *кружки*, коими измѣряемъ то, что можетъ вмѣститься въ бочку, или въ кадку, или въ другой какой сосудъ.

Визиромъ же (baculus Cylindrimetricus), по Нѣмец. (Eine Cilindrische wisir Ruthe), называется такой маштабъ, помощію котораго измѣряются цилинды такъ скоро, что тотчасъ можно узнать, сколько малыхъ цилиндровъ содержитъ въ себѣ большой цилиндръ.

ЗАДАЧА CXXIII.

§. 554. Вымѣрять кучу зеренъ.

РѢШЕНІЕ.

1. Сдѣлай сперва то, чтобъ куча зеренъ имѣла вездѣ одну перпендикулярную высоту, и какъ основаніе, такъ и верьхъ ея приведены были въ четыреугольную фигуру.

2.

2. Потомъ саженью, или аршиномъ вымѣрявъ длину и ширину какъ верьхняго, такъ и нижняго четыреугольника, (ибо зѣрна будучи слизкія, всегда ссыпаются въ кучу, и основаніе ея дѣлаютъ шире, нежели основаніе въ верьхнемъ четыреугольникѣ), и умноживъ длины оныхъ четыреугольниковъ на ширины ихъ, получишь плоскости обоихъ четыреугольниковъ.

3 Половину суммы сихъ сложенныхъ плоскостей принявъ за среднее, или уравненное основаніе, умножъ на высоту сравненной кучи зеренъ, произведеніе покажетъ толщину кучи зеренъ.

4. Тоюжъ мѣрою вымѣрявъ поперешникъ и высоту цилиндрической мѣры, на пр. четверика, или лукошка, найди толщину онаго, и.

5. На конецъ толщину кучи раздѣли на толщину четверика, или лукошка, частное число покажетъ, сколько такихъ мѣръ содержатъ въ себѣ ссыпанныя въ кучу зѣрна.

Или

1. Ссыпанныя въ кучу зѣрна приведи, сколько можно будетъ въ такое положеніе, чтобъ оныя имѣли фигуру коническую; и основаніе оной кучи, то есть, окружность вымѣрявъ веревкою, опредѣли тоюжъ мѣрою.

2.

2. Потóмъ вымѣрявъ тоюжъ мѣрою высоту кучи, приведенной въ коническую фигуру, найди толщину конуса (§. 524), и далѣе поступай такъ, какъ въ 4 и 5 пунктахъ перваго рѣшенія показано. Ибо и такимъ образомъ поступая найдешь, сколько мѣръ содержатъ въ себѣ ссыпанныя въ кучу зéрна.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 555. Не для всякой кучи зеренъ должно сыскивать толщину четверика, или лукошка, но однажды сыскавъ оную обыкновенною мѣрою, можно на днѣ того замѣтить.

ЗАДАЧА CXXIV.

§. 556. Сдѣлать *Визиръ* (Virgam stereometricam), вообще называемый den Caliber stab, служащій для измѣренія вѣсу въ пушечныхъ ядрахъ.

РѢШЕНІЕ.

1. Сдѣлай квадратную палку произвольной длины.

2. Сдѣлай также изъ разныхъ веществъ, изъ какихъ обыкновенно дѣлаются пушечныя ядра, то есть, свинцовое, желѣзное чугунное и каменное ядро, такъ чтобъ каждое изъ оныхъ вѣсомъ точно было одного фунта.

3. Вымѣрявъ поперешники сихъ ядеръ кронъ-циркуломъ, или какъ показано выше сего (§. 539.), перенеси оные на разныя стороны сдѣланной квадратной палки, и означь буквами, на пр. на сей сторонѣ означенъ поперешникъ ядра̀ свинцоваго С, на другой желѣзнаго Ж. на третїей чугуннаго Ч. на четвертой каменнаго К.

4. Означенной такимъ образомъ каждаго въ особливости ядра̀ на своей сторонѣ поперешникъ раздѣли на 100 и на 1000 частей равныхъ.

5. На конецъ изъ таблицы ниже сего предложенной поперешники и другихъ ядеръ, которые на пр. будутъ вѣсомъ въ 2, 3, 4, и проч. фунта, на пристойныя стороны палки переносить должно.

ЗАДАЧА CXXV.

§. 557. Сдѣлать таблицу для поперешниковъ такихъ ядеръ, которыя будутъ вѣсомъ въ 2, 3, 4 и проч. фунта.

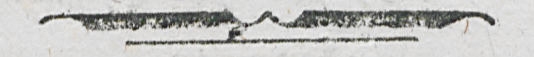
РѢШЕНІЕ.

1. Когда поперешникъ ядра̀, на пр. вѣсомъ въ 1. фунтъ, будетъ раздѣленъ на

пр. на 100 равныхъ частей по 4. пункту предложенной ужѐ задачи (§. 556.): то кубъ такого поперешника будетъ имѣть такихъ же частей 1000000.

2. И какъ толщины шаровъ содержатся между собою такъ, какъ кубы ихъ поперешниковъ (§. 541.): то кубъ поперешника такого ядра̀, которое вѣсомъ въ 2. фунта, будетъ имѣть такихъ же частей 2000000; а которое вѣсомъ въ 3 фунта, того ядра̀ кубъ поперешника будетъ такихъ же частей 3000000, и такъ далѣе.

3. Изъ всѣхъ сихъ кубовъ ежели извлечешь кубическіе радиксы: то оные покажутъ бока̀ кубовъ, то есть, поперешники ядеръ вѣсомъ въ 2, 3, 4 и проч. фунта, каковые такимъ образомъ сысканные по порядку въ приложенной при семъ таблицѣ и означены.



ТА-

ТАБЛИЦА,

Изъявляющая кубическіе радиксы поперешниковъ ядеръ, естьли поперешникъ ядра вѣсомъ въ 1. фунтъ раздѣленъ на 100 частей.

Фун.	попер.	фун.	попер.	фун.	попер.
1	100	21	276	41	345
2	126	22	280	42	348
3	144	23	284	43	350
4	159	24	288	44	353
5	171	25	292	45	356
6	182	26	296	46	356
7	191	27	300	47	360
8	200	28	304	48	363
9	208	29	307	49	366
10	215	30	311	50	368
11	222	31	314	51	370
12	229	32	317	52	373
13	235	33	321	53	375
14	241	34	324	54	378
15	247	35.	327	55	380
16	252	36	330		
17	257	37	333		
18	262	38	336		
19	267	39	339		
20	271	40	342		

ЗАДАЧА CXXIV.

§. 558. Найти тяжесть, или вѣсъ ядра.

РѢ-

РѢШЕНІЕ.

Вымѣрявъ поперешникъ ядра циркуломъ (§. 539.), перенеси оной на ту сторону палки, на которой означены поперешники ядеръ одинакаго съ даннымъ вещества, и замѣть то число, на которое упадетъ другая ножка циркула; такимъ образомъ будетъ извѣстно, сколько фунтовъ вѣсу въ данномъ ядрѣ находится.

ЗАДАЧА CXXVII.

559. Найти тяжесть, или вѣсъ ядра, которое изъ данной пушки выстрѣлено.

РѢШЕНІЕ.

Приложи къ поперешнику устья, или отверстія пушки показанную палку съ означенными на ней раздѣленіями (§. 556.), и числа на всѣхъ сторонахъ оной означающія раздѣленіе частей покажутъ искомую тяжесть, или вѣсъ выстрѣленнаго ядра.

ЗАДАЧА CXXVIII.

§. 560. Сдѣлать простой визирь, служащій для измѣренія содержащейся жидкости въ бочкахъ, на пр. вина, пива, полпива, и проч.

РѢШЕНІЕ.

1. Сдѣлай квадратную палку произвольной длины, а толщиною на пр. въ 6. 7. 8 футовъ и 2. дюйма.

2. Одну сторону такой палки раздѣли на малѣйшія равныя части.

3. Помощію сей палки вымѢрявЪ толщину сосуда обыкновенно мѢрою вЪ одну кружку, цилиндрическую фигуру имѢющаго, замѢть оную на одной которой нибудь сторонѢ той палки кЪ краю; такимЪ образомЪ будетЪ сдѢланЪ желаемой визирь.

ЗАДАЧА CXXIX.

§. 561. ВымѢрять толщину бочки, помощію простаго визира. Фиг. 254.

РѢШЕНІЕ.

1. ВымѢряй помянутымЪ визиромЪ какЪ дно бочки ED, такЪ средину FG и длину оной DH безЪ краевЪ.

2. По найденнымЪ поперешникамЪ, которые у дна бочки и вЪ срединѢ находятся, найди плоскости круговЪ (§. 360.).

3. Поелику бочка безЪ чувствительной погрѢшности можетЪ принята быть за такой цилиндрЪ, коего основаніе будетЪ средняя плоскость между плоскостьми дна ED и вЪ срединѢ находящейся GF: то найденныя плоскости сложивЪ, возьми половину оныхЪ, которая будетЪ общею плоскостію основанія цилиндра.

4. Найденную такимЪ образомЪ общую, или уравненную плоскость основанія умножЪ на длину бочки, произведеніе покажетЪ, сколько она содержитЪ вЪ себѢ такихЪже мѢрЪ, на какія и визирЪ раздѢленЪ.

5. На конецЪ происшедшее изЪ того произведеніе раздѢли на толщину сосуда, мѢрою вЪ одну кружку, замѢченную на концѢ помянутой палки, частное число покажетЪ, сколько искомыхЪ кружекЪ содержитЪ вЪ себѢ данная бочка. На пр. пусть будетЪ большой поперешникЪ FG = 86, меньшій поперешникЪ DE = 64: то

86	64
86	64
516	256
688	384
14 : 11 = 7396	14 : 11 = 4096
11	11
7396	4096
7396	4096
14 | 81356 | 5811 плоскость большаго дна у бочки	14 | 45056 | 3218 плоскость меньшаго дна у бочки

5811
3218

2 | 9029 | 4514 уравнен. плоскость.

4514
130 = DH длина бочки.

135420
4514

586820 толщина бочки вымѣрян. по визиру.

Положимъ, что толщина кружки вымѣрянная по томужъ визиру будетъ = 4886: то

4886 | 586820 | 120 столько искомыхъ
4886 | кружекъ содержитъ въ себѣ данная бочка.

9822
9772

500

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 562. Ежелижъ дна у бочки DE и HL будутъ неравныя, то обоихъ порознь сы-

скавъ плоскости сложи и раздѣли пополамъ, потомъ сію половинную сумму, или уравненную плоскость между днами сложивъ съ плоскостію дна, что въ срединѣ FG, раздѣли пополамъ, и далѣе продолжай, какъ показано (§. 561.).

ЗАДАЧА CXXX.

§. 563. Сдѣлать визиръ квадратной и
Фиг. 255. цилиндрической.

РѢШЕНІЕ.

1. На другую сторону показанной палки (§. 560.) перенеси поперешникъ такого сосуда, которой мѣрою въ одну кружку, смѣрявъ оной циркулемъ (§. 539.).

2. Проведи на бумагѣ прямую линѣю AB, равную смѣрянному поперешнику кружки.

3. Изъ крайней точки B линѣи AB возставь перпендикулярную линѣю BC неопредѣленной длины.

4. На сей перпендикулярной линѣѣ изъ точки B означь поперешникъ кружки въ 1. и будетъ A1 бокъ двойнаго квадрата AB.

И какъ плоскости круговъ содержатся между собою такъ, какъ квадраты ихъ поперешниковъ (§. 365.); то А1 будетъ поперешникъ двойнаго основанія.

5. Смѣрявъ циркулемъ разстояніе А 1, перенеси оное изъ В въ 2, такожъ разстояніе А 2 смѣрявъ, перенеси оное изъ В въ 3; равнымъ образомъ разстоянія А 3, А 4, А 5 и проч. смѣрявъ циркулемъ, перенеси изъ В въ 4. 5. 6 и проч. Ибо сіи раздѣленія будутъ поперешники основанія втрое вчетверо, впятеро и проч. больше противъ основанія кружки.

6. Найденныя такимъ образомъ части линѣи ВС перенеси по порядку на ту сторону палки, на которой означенъ поперешникъ кружки.

7. Смѣрявъ также на конецъ циркулемъ, или ниткою длину, или высоту тойже кружки, перенеси оную на третью сторону помянутой палки, сколько разъ можно будетъ; такимъ образомъ сдѣлается цилиндрической визиръ.

Или

1. Поперешникъ кружки, означенной на одной сторонѣ палки, раздѣли на 100 равныхъ частей.

2. Принявъ такимъ образомъ раздѣленной поперешникъ вмѣсто машшаба, перенеси помощію его на другую сторону палки поперешники кружекъ 2, 3, 4, 5, и проч. одинакой съ даннымъ высоты.

3. На третію сторону палки перенеси опять, сколько можно будетъ, длину или высоту той же кружки; такимъ образомъ сдѣлается цилиндрической визиръ.

ЗАДАЧА CXXXI.

§. 564. Сдѣлать таблицу для поперешниковъ кружекъ 2, 3, 4 и проч.

РѢШЕНІЕ.

1. Ежели поперешникъ одной кружки раздѣлится на 100 равныхъ частей: то квадратъ его будетъ 10000.

2. И какъ плоскости круговъ содержатся между собою такъ, какъ квадраты ихъ поперешниковъ (§. 365.), и квадратъ 10000 будетъ вдвое 20000, втрое 30000, вчетверо 40000 и проч: то поперешники круговъ двойнаго, тройнаго, четвернаго и проч. будутъ дны кружки, естьли изъ нихъ извлекутся квадратные радиксы.

3. И такъ изъ сихъ чиселъ 20000, 30000, 40000 и проч. извлекши квадратные радиксы, означь оные по порядку въ таблицѣ; такимъ образомъ и составится желаемая таблица

ТА-

ТАБЛИЦА,

Изъявляющая квадратные радиксы для цилиндрическаго визира, естьли поперешникъ кружки раздѣленъ на 100 частей.

1	100	6	400	31	55	46	678	61	782	76	872	91	954
2	141	17	412	32	566	47	685	62	787	77	877	92	959
3	173	18	424	33	574	48	693	63	794	78	883	93	964
4	200	19	436	34	583	49	700	64	800	79	889	94	969
5	224	20	447	35	592	50	707	65	806	80	894	95	975
6	245	21	458	36	600	51	714	66	812	81	900	96	980
7	265	22	469	37	608	52	721	67	818	82	905	97	985
8	283	23	480	38	616	53	728	68	825	83	911	98	990
9	300	24	490	39	624	54	735	69	831	84	916	99	995
10	316	25	500	40	632	55	742	70	837	85	922	100	1000
11	332	26	510	41	640	56	748	71	843	86	927		
12	346	27	520	42	648	57	755	72	848	87	933		
13	360	28	529	43	656	58	762	73	854	88	938		
14	374	29	538	44	663	59	768	74	860	89	943		
15	387	30	548	45	671	60	775	75	866	90	949		

ЗАДАЧА CXXXII.

§. 565. Вымѣрять толщину бочки, помощію цилиндрическаго визира.

РѢШЕНІЕ.

1. Тою стороною палки, на которой означены поперешники кружекъ, вымѣрявъ дны у бочки и средней поперешникъ оной, сложи оные и сумму раздѣли на 2, частное

ное число будетъ уравненной поперешникъ круговаго основанія въ цилиндрѣ, равномъ бочкѣ.

2. Вымѣряй также длину бочки тою стороною палки, на которой означена длина, или высота кружки.

3. Найденной уравненной поперешникъ умножь на вымѣрянную длину бочки, произведеніе будетъ искомая толщина бочки въ кружечной мѣрѣ. Положимъ, что большой поперешникъ = 14, а меньшой = 10; то

```
        14
        10
      ------
  2 |  24  | 12
    |      | 10 длина бочки
             ----
             120 толщина бочки въ кружкахъ.
```

ЗАДАЧА CXXXIII.

Фиг. 256. §. 566. Сдѣлать визиръ кубической.

РѢШЕНІЕ.

1 Помощію простаго визира вымѣряй, сколько одна кружка вмѣщаетъ въ себѣ кубическихъ частей.

2. Изъ найденныхъ частей извлеки кубической радиксъ, чтобъ имѣть бокъ куба CD равной кружкѣ A.

3. Найденной радиксъ умножь самъ на себя, и происшедшій изъ того квадратъ удвой, чтобъ имѣть квадратъ діагональнаго поперешника CE.

4. Изъ сего также извлеченной квадратной радиксъ покажетъ діагональной поперешникъ CE.

5. Найденной такимъ образомъ въ числахъ поперешникъ CE раздѣли на 100, или на 1000 частей равныхъ, и возьми вмѣсто маштаба, помощію котораго

6. Изъ вышепредложеной таблицы (§. 557.) перенеси на четвертую сторону сдѣланной палки діагональные поперешники кубовъ, вмѣщающихъ 1. 2. 3. 4. 5 и проч. кружекъ; такимъ образомъ составится кубической визиръ.

ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 567. Вышепредложенная таблица (§. 557.) заключаетъ въ себѣ кубическіе радиксы кубовъ 1000000, 2000000, 3000000 и

проч. частей. Когдажъ діагональной поперешникъ куба, вмѣщающаго 1. куужку, заключаетъ въ себѣ 100 частей по положенію: то кубъ его будетъ 1000000, кубъ діагональнаго поперешника, вмѣщающаго 2. кружки, будетъ 2000000, и кубъ діагональнаго поперешника, вмѣщающаго 3. кружки, будетъ 3000000; слѣдовательно кубическіе радиксы такихъ чиселъ показываютъ діагональные поперешники кубовъ, вмѣщающихъ 1. 2. 3. 4 и проч. кружекъ.

ЗАДАЧА CXXXIV.

§. 568. Вымѣрять толщину бочки, помощію кубическаго визира.

РѢШЕНІЕ.

Кубической визиръ въ верьхнее отверстіе бочки F воткнувъ, опусти вкось оной до самаго дна E, такимъ образомъ число частей на визирѣ въ срединѣ отверстія бочки означившееся, ежели удвоено будетъ, покажетъ, сколько кружекъ данная бочка въ себѣ вмѣщаетъ. Положимъ, что на опущенномъ вкось до дна бочки визирѣ означившееся число будетъ 50: то вся бочка будетъ вмѣщать въ себѣ 100 мѣръ,

ДО-

Доказательство.

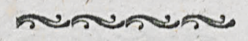
Полагается здѣсь, что длина бочки DH есть точно вдвое ширины средней между DE и FG [ибо для измѣренія въ тѣхъ бочкахъ, которыя имѣютъ другое уравненіе ширины къ длинѣ, не безъ погрѣшности можно употреблять сей визиръ]. И такъ бочка будетъ состоять изъ двухъ, кои могутъ написаны быть въ кубѣ, цилиндровъ EDFG и FGHL, сихъ же діагональные поперешники заключаютъ въ себѣ кубической визиръ; слѣдовательно естьли толщина цилиндра EDFG, которую показываетъ діагональной поперешникъ EF, будетъ удвоена, произойдетъ толщина всей бочки EDHL. ч. н. д.

Примѣчаніе.

§. 569. И по тому нѣкоторые толщину бочки находятъ такимъ же образомъ, какъ бы надлежало находить толщину двухъ усѣченныхъ конусовъ.

Задача CXXXV.

§. 570. Вымѣрять поверьхность земли.



РѢШЕНІЕ.

Поелику земля наша по многимъ Физическимъ опытамъ найдена почти круглою: то по тому можно принять оную за фигуру сферическую; притомъ по множайшимъ Астрономическимъ наблюденіямъ изобрѣтено, что самой большой кругъ землй имѣетъ 9000 Французскихъ левковъ, или что всякой градусъ имѣетъ 25 левковъ: то

1. Окружность самаго большаго круга раздѣли на 3, частное число будетъ почти поперешникъ онаго.

2. Найденной поперешникъ раздѣливъ на двѣ равныя части, получишь полупоперешникъ.

3. Половину окружности умножь на найденной полупоперешникъ, произойдетъ изъ того плоскость большаго круга, которую взявъ вчетверо, получишь поверьхность землй. На пр.

Окружность самаго большаго круга = 9000
почти поперешникъ = 3000
полупоперешникъ = 1500
Половина окружности самаго большаго круга = 4500
1500

225

225
45
6750000
4

поверьхность землй = 27000000

ЗАДАЧА CXXXVI.

§. 571. Найти толщину землй.

РѢШЕНІЕ.

Когда извѣстна плоскость самаго большаго круга землй, и притомъ поперешникъ онаго: то

1. Плоскость самаго большаго круга умножь на поперешникъ онаго, произойдетъ толщина такого цилиндра, коего основанiе равно плоскости самаго большаго круга и высота одинакая.

2. Изъ найденной толщины такого цилиндра возьми $\frac{2}{3}$, получишь толщину землй (§ 535.) на пр.

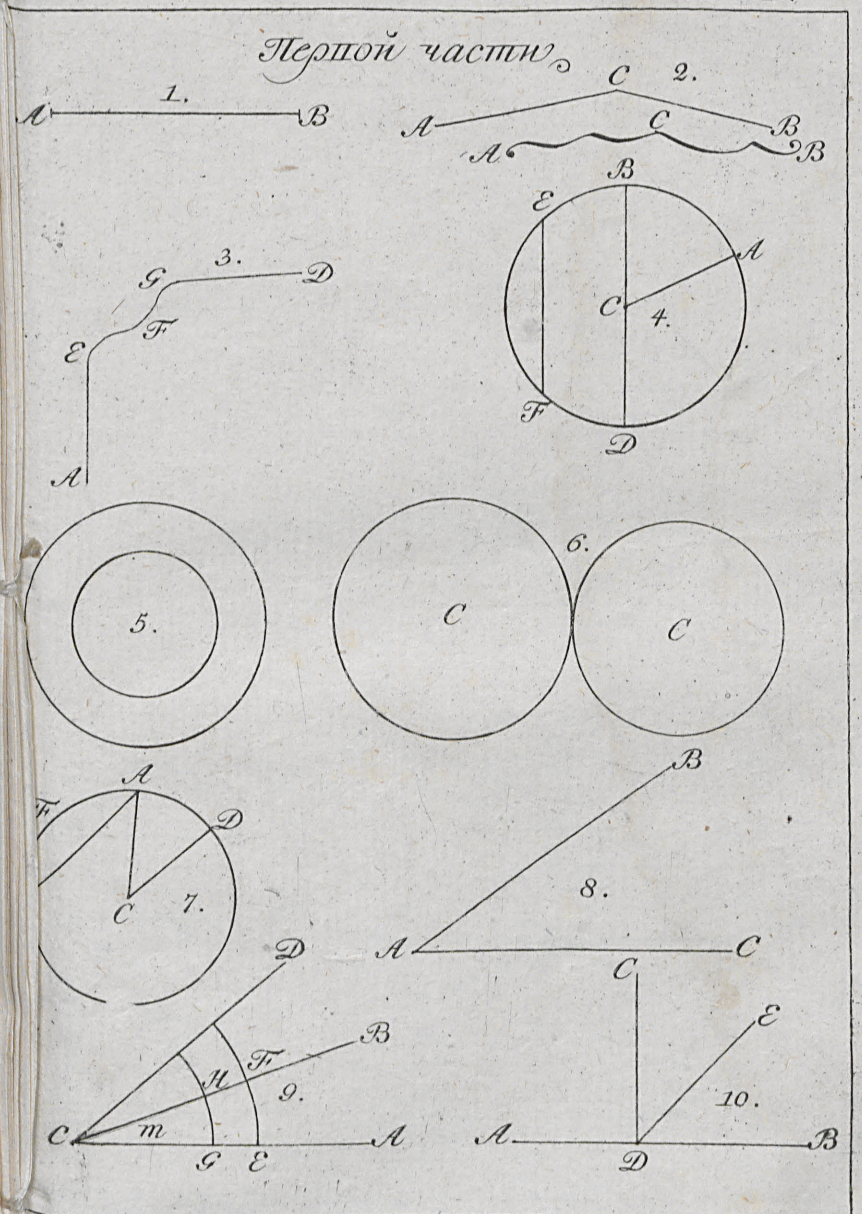
Плоскость самаго большаго круга = 6750000
поперешникъ = 3000

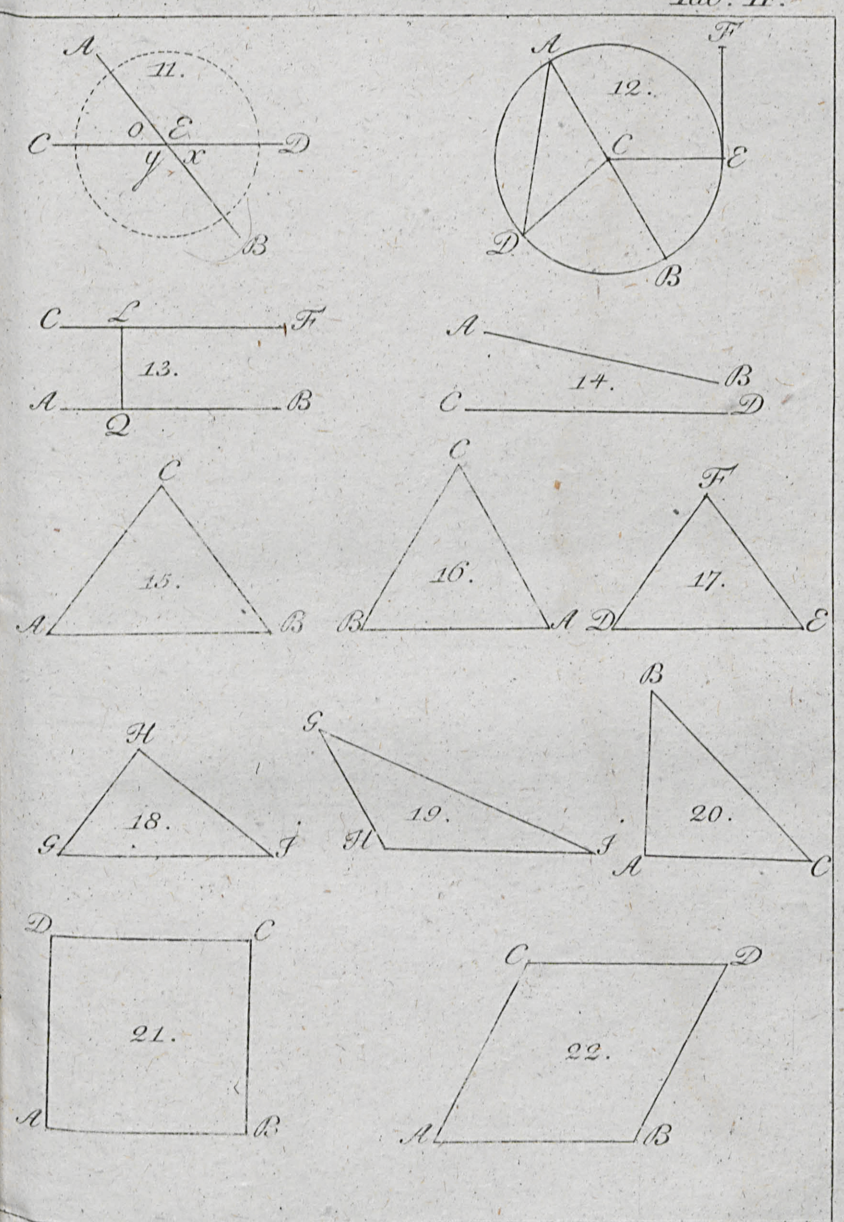
	20250000000	толщ. цилинд.
	2	
3	40600000000	13500000000 толщ. земли.

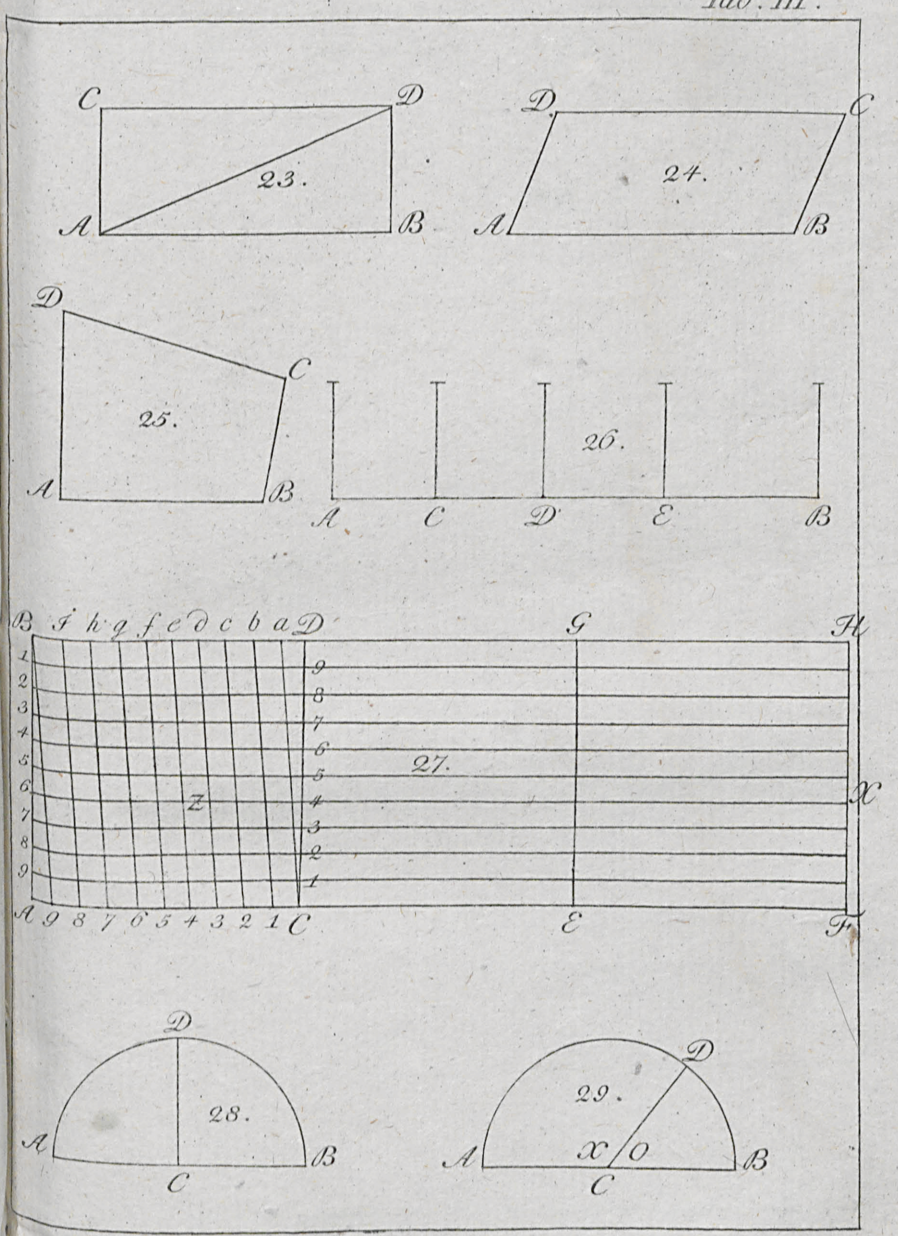
ПРИМѢЧАНІЕ.

§. 572. Для упражненія въ Геометрической практикѣ весьма полезны сочиненія Христофора Клавія, Данила Швентера и Андрея Таквета, которые, отмѣннѣе противъ прочихъ; изъясняютъ оную.

КОНЕЦЪ
третіей и послѣдней части.

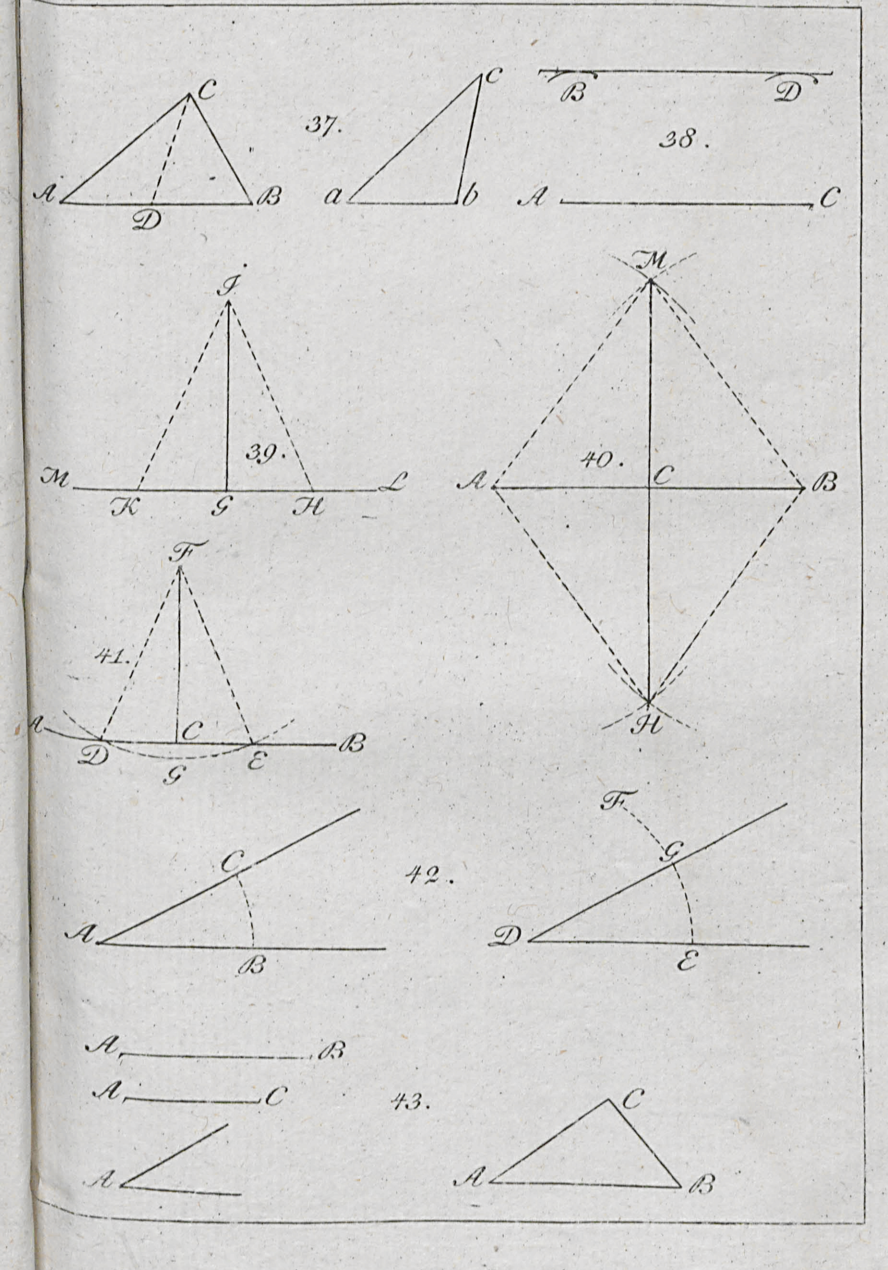

Первой части
1.
A
B
2.
C
A
B
C
A
B
3.
G
D
F
E
A
4.
B
E
A
C
F
D
5.
6.
C
C
7.
A
F
D
C
8.
B
A
C
9.
D
B
F
H
C
m
G
E
A
10.
C
E
A
D
B


A
11.
C
o
E
D
y
x
B
A
F
12.
C
E
D
B
C
L
F
13.
A
B
Q
A
14.
B
C
D
C
15.
A
B
C
16.
B
A
F
17.
D
E
B
H
G
18.
G
I
19.
H
I
20.
A
C
D
C
21.
A
B
C
D
22.
A
B


C
D
23.
A
B
D.
C
24.
A
B
D
C
25.
A
B
26.
A
C
D
E
B
B I h g f e d c b a D
G
H
1
2
3
4
5
6
7
8
9
9
8
7
6
5
4
3
2
1
27.
Z
X
A 9 8 7 6 5 4 3 2 1 C
E
F
D
28.
A
B
C
D
29.
A
x o
B
C

Tab. IV.

Tab. V.



C
A
D
B
37.
c
a
b
B
D
38.
A
C
I
39.
M
K
G
H
L
M
40.
A
C
B
H
F
41.
A
C
D
G
E
B
C
42.
A
B
F
G
D
E
A
B
A
C
43.
A
C
A
B

A B

A B
B C

C
44.
A B

C
45.
A B

A B

46
A
B
C
A B

48. C
D
K
A
E
B

A
47
B C

D
E F

D
49.
C E

F
A G

B
50.
C A

A B
B C
A C

Tab. VII.

51.

52.

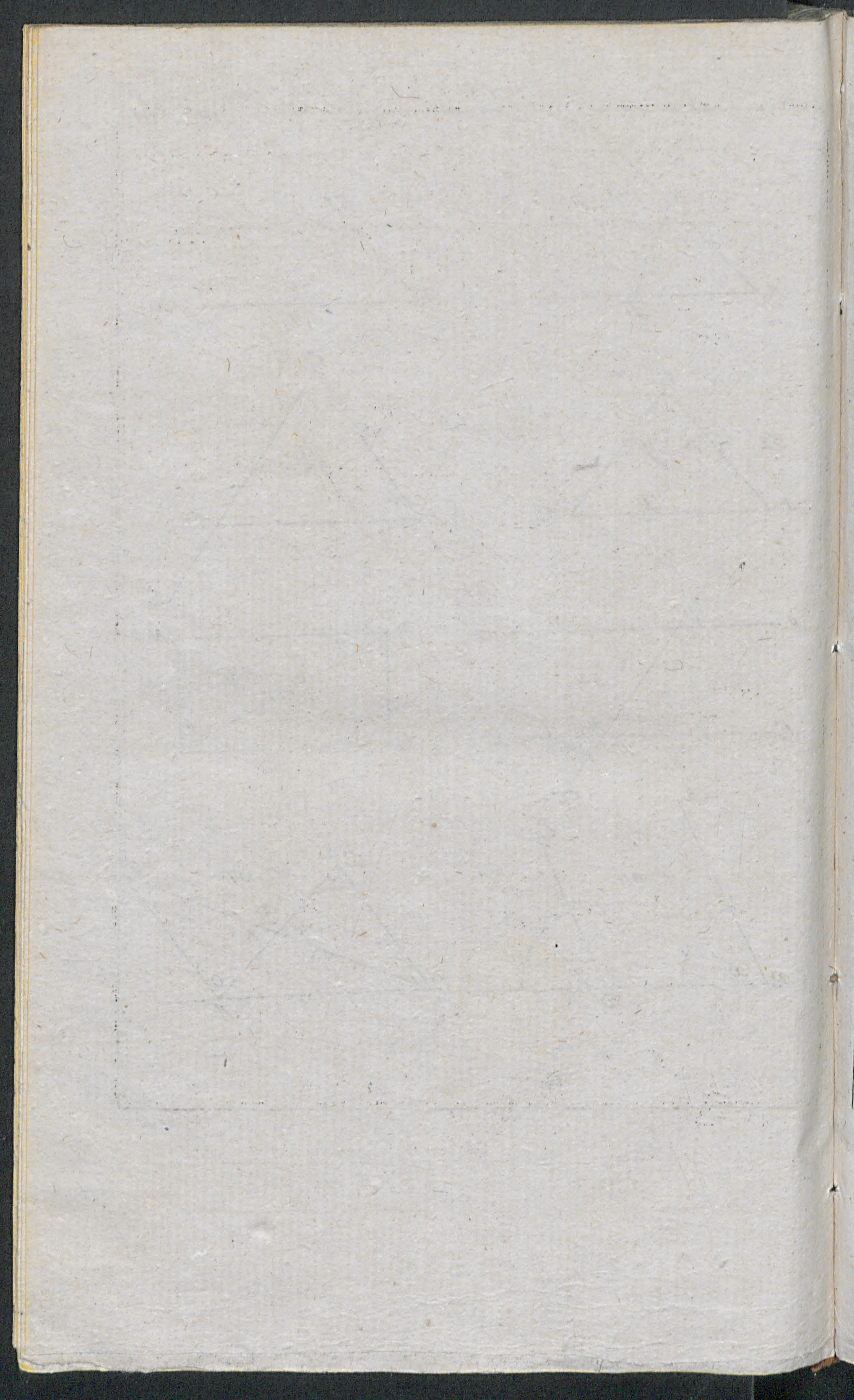
53.

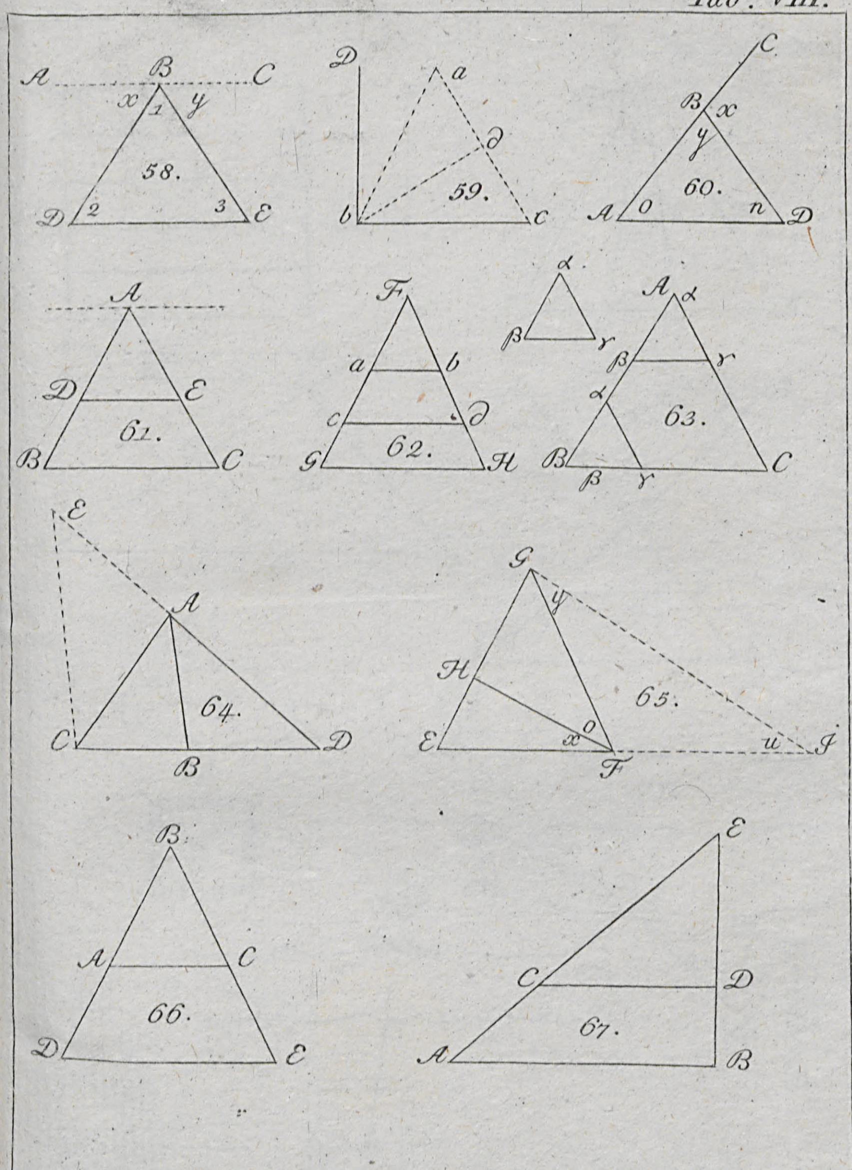
54.

55.

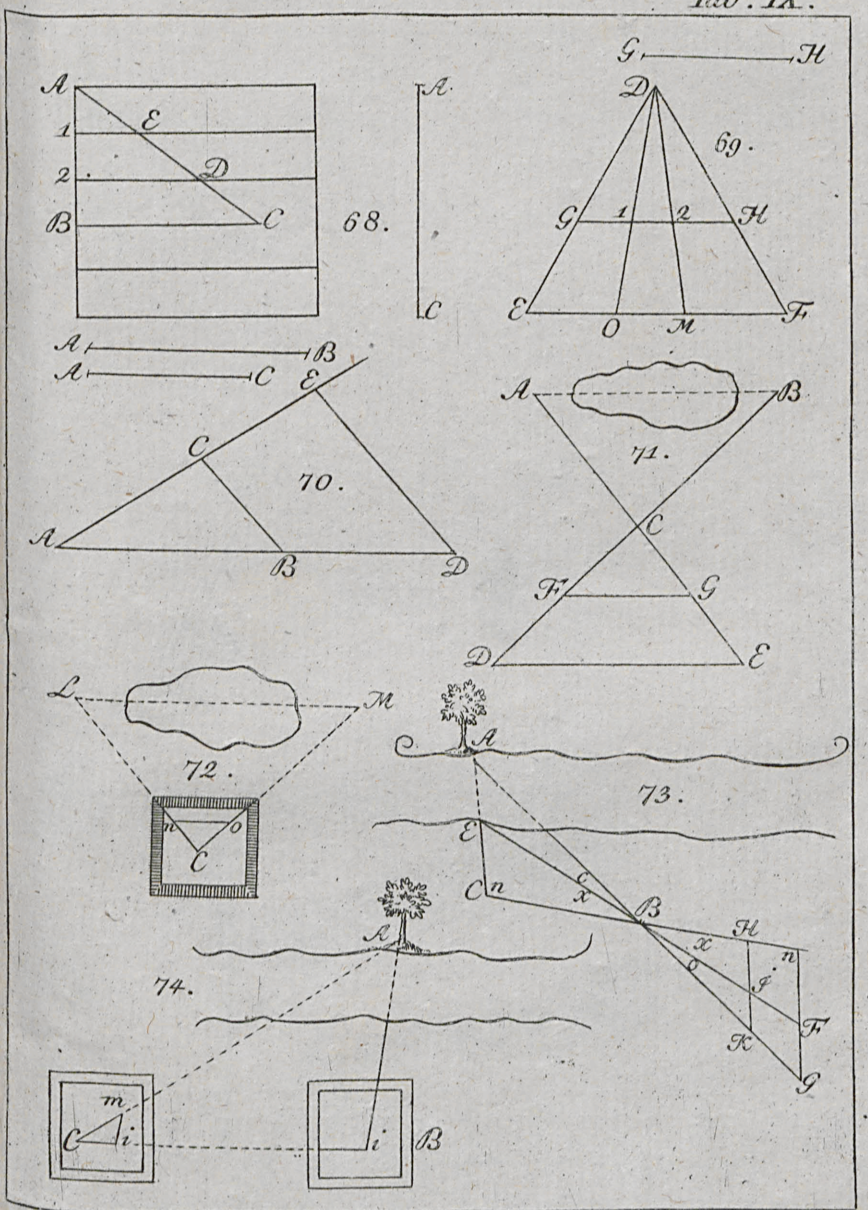
56.

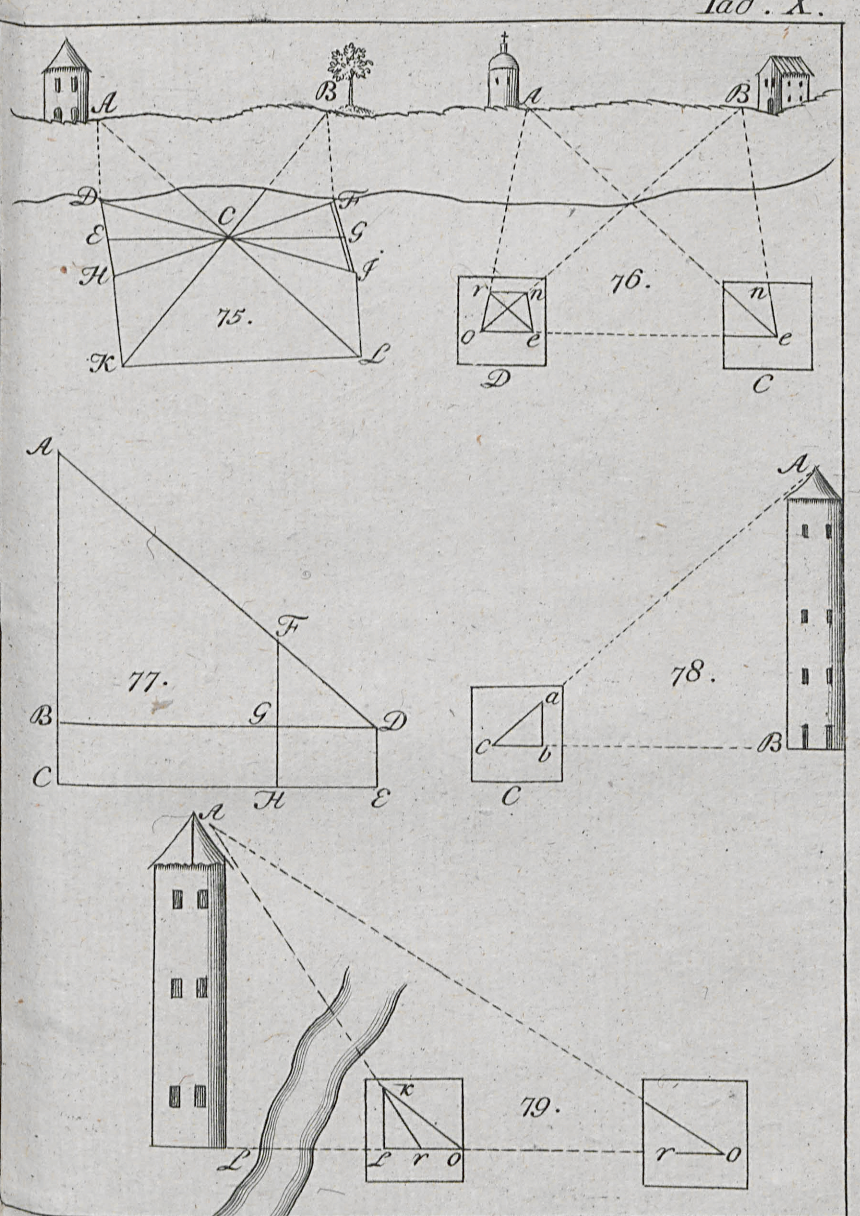
57.

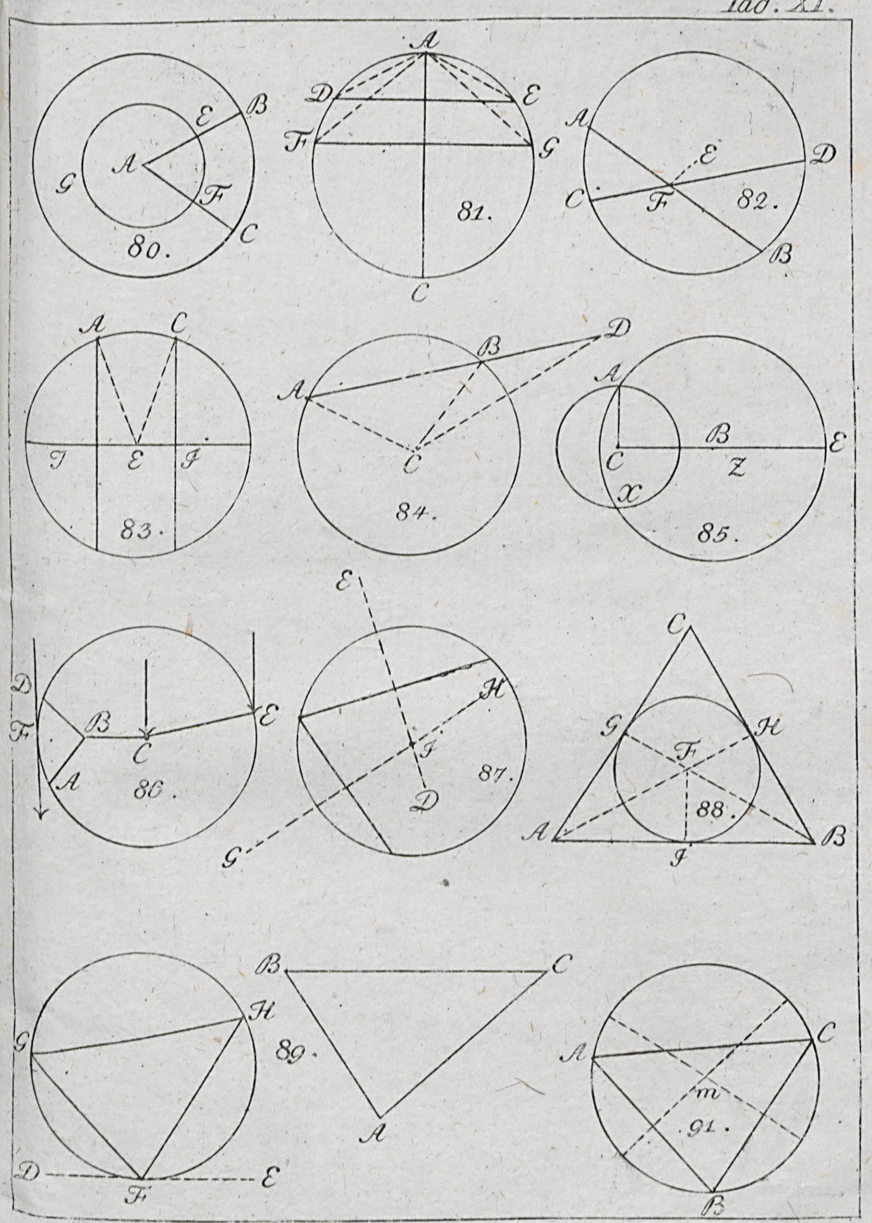


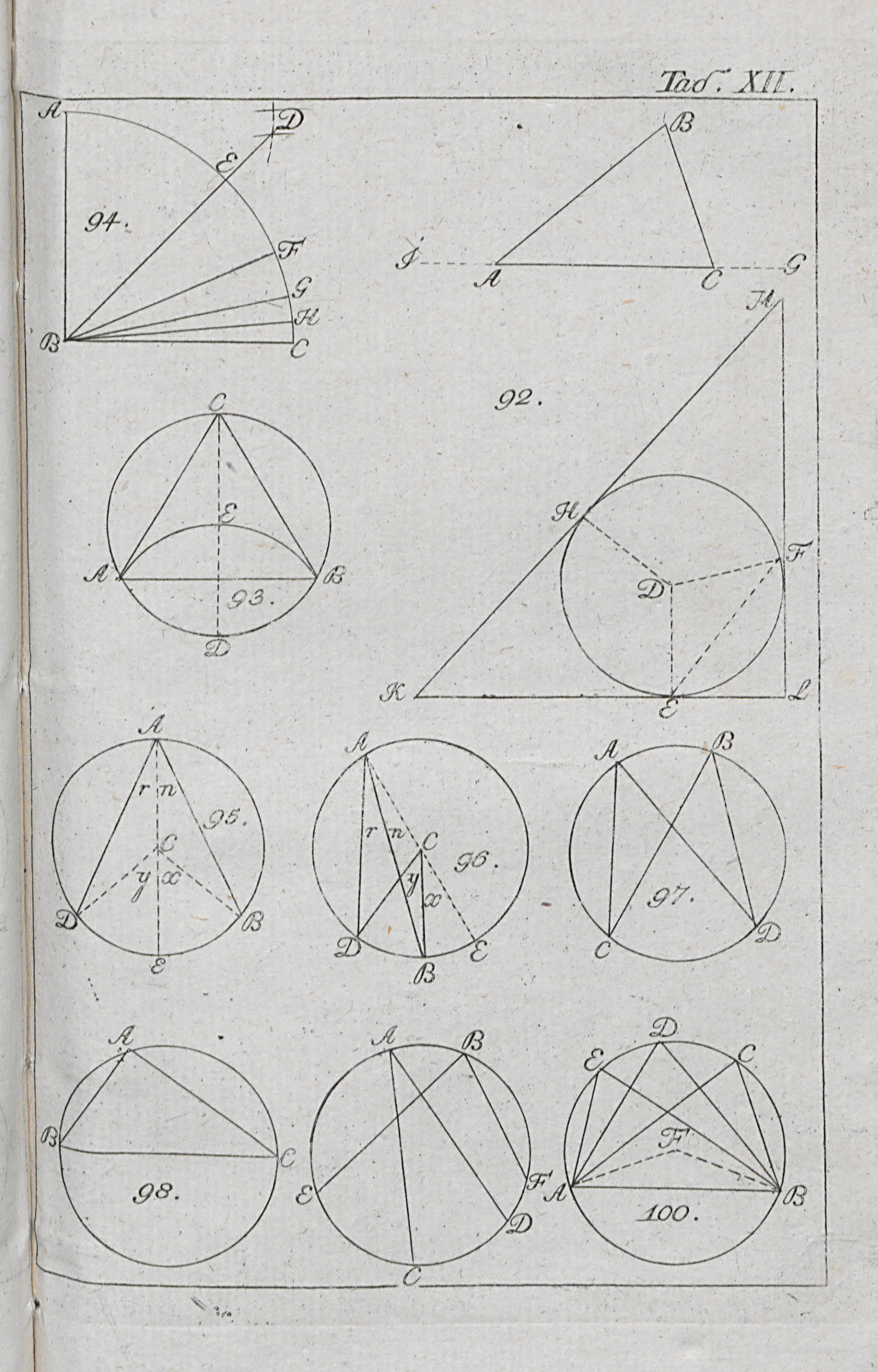


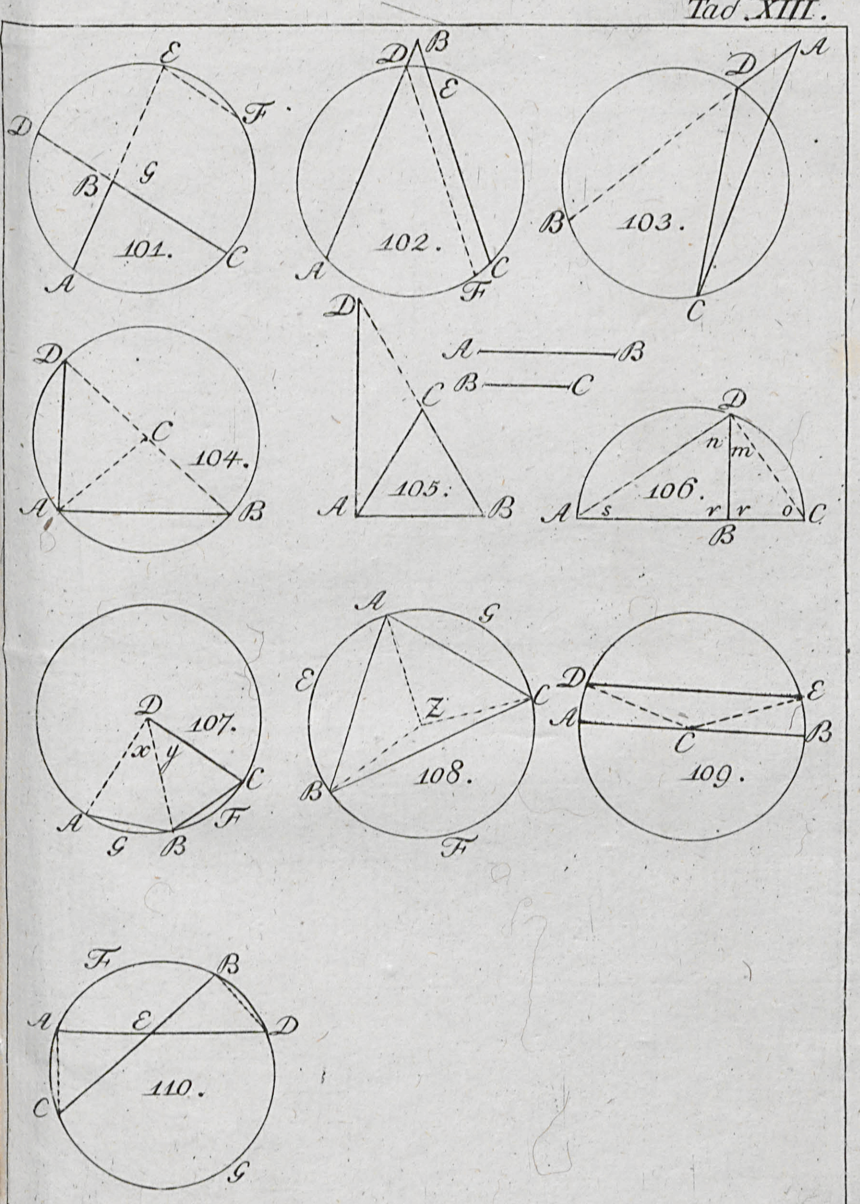
A
B
C
x
y
1
58.
D
2
3
E
D
a
∂
59.
b
c
C
B
x
y
60.
A
o
n
D
A
D
E
61.
B
C
F
a
b
c
∂
62.
G
H
α
β
γ
A
α
β
γ
α
63.
B
β
γ
C
E
A
64.
C
B
D
G
y
H
65.
o
E
x
F
u
J
B
A
C
66.
D
E
E
C
D
67.
A
B

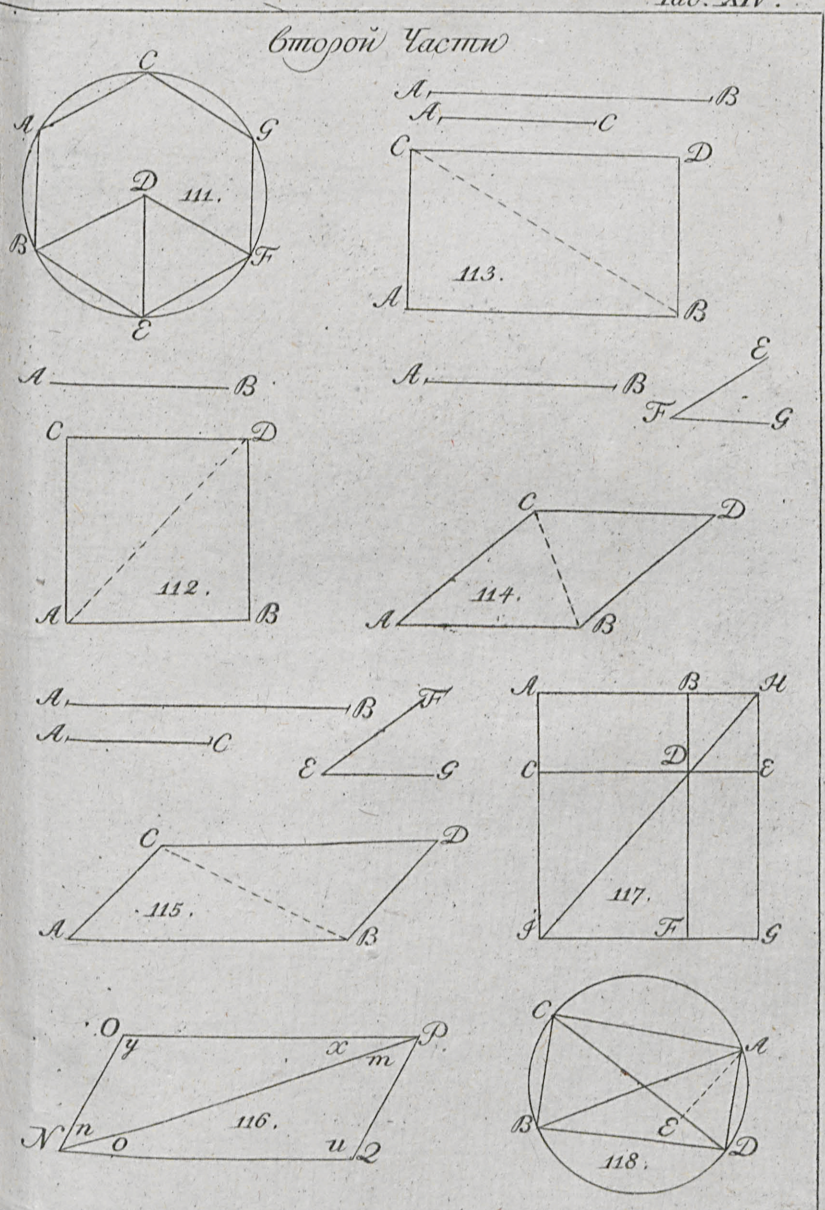

68.
69.
70.
71.
72.
73.
74.


A
B
A
B
D
F
C
E
G
H
J
75.
K
L
r
n
o
e
D
76.
n
e
C
A
F
77.
B
G
D
C
H
E
A
78.
a
c
b
C
B
A
K
79.
L
r
o
r
o
L

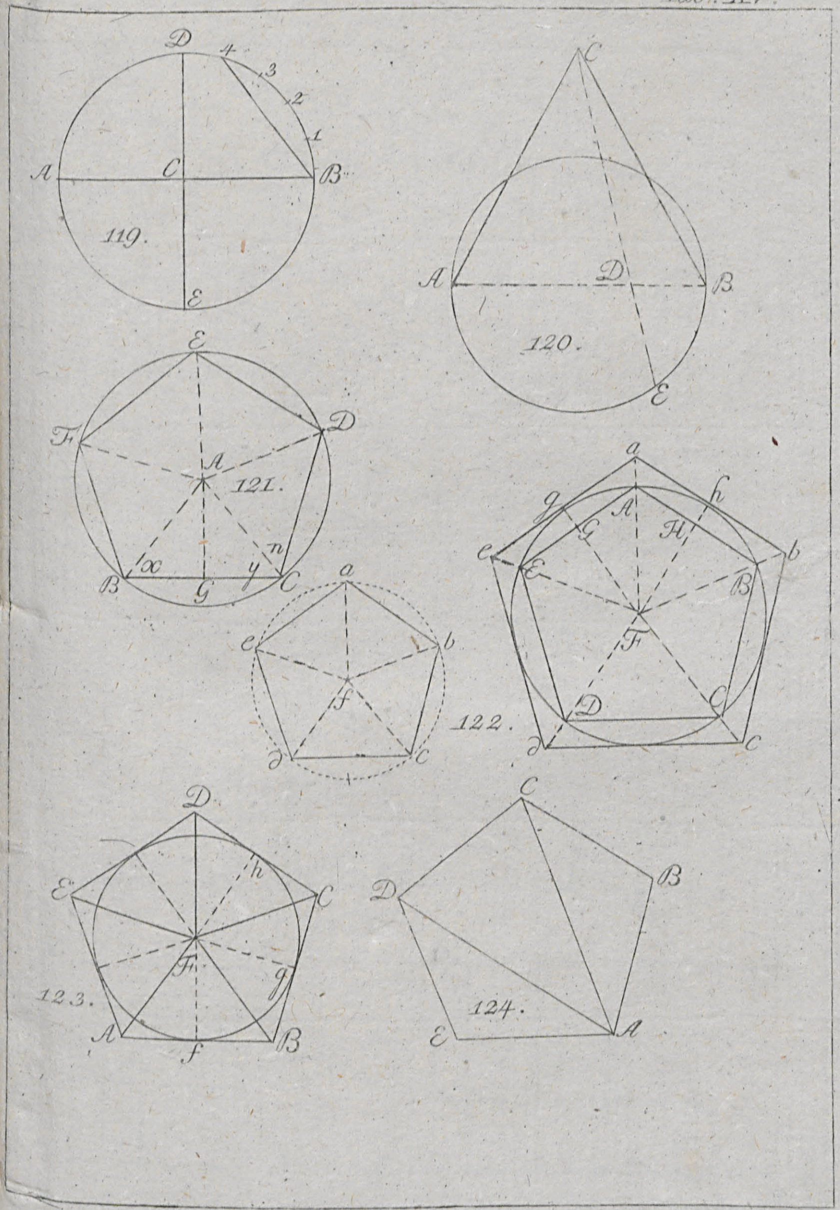

80.
81.
82.
83.
84.
85.
86.
87.
88.
89.
91.

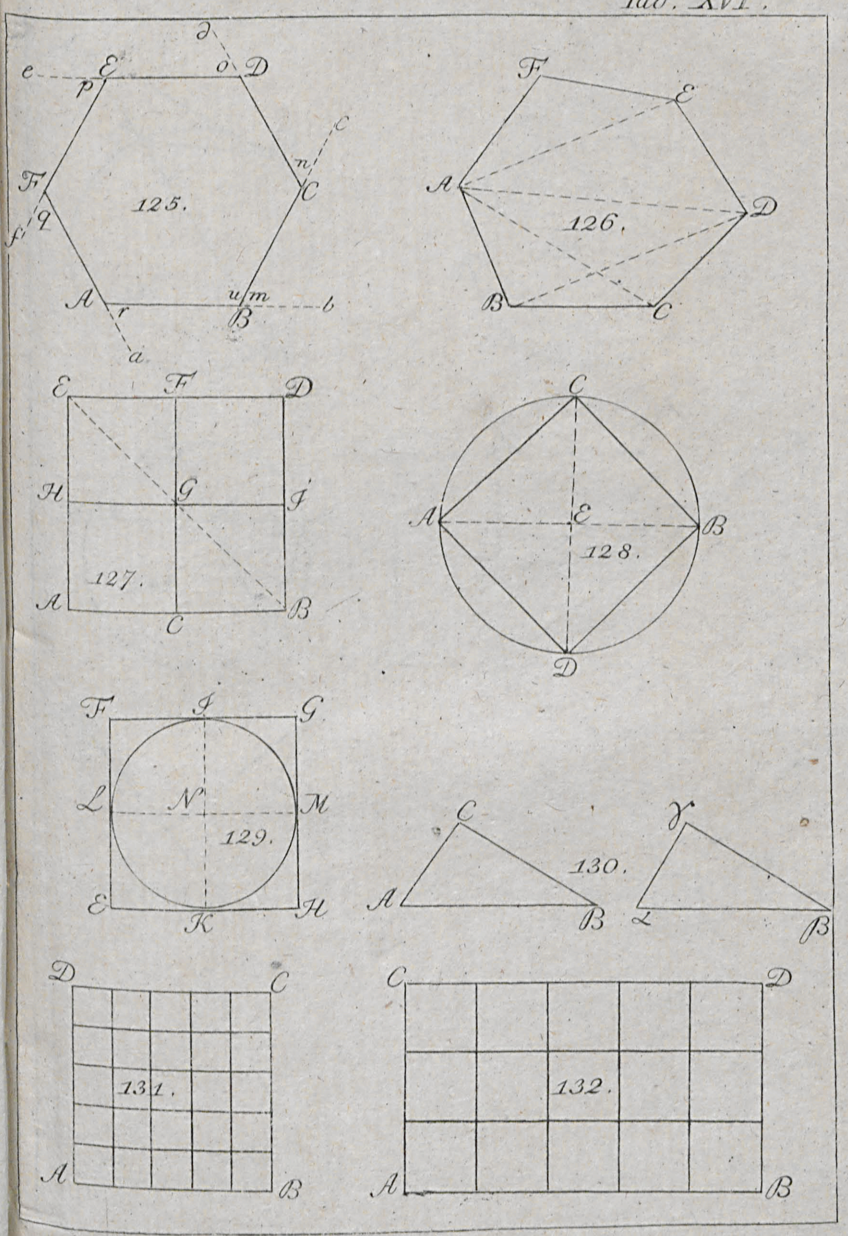

94.
A
D
E
F
G
H
B
C
92.
B
J
A
C
G
M
H
F
D
K
E
L
93.
C
E
A
B
D
95.
A
r
n
C
y
x
D
B
E
96.
A
r
n
C
y
x
D
B
E
97.
A
B
C
D
98.
A
B
C
A
B
E
F
D
C
100.
D
E
C
F
A
B

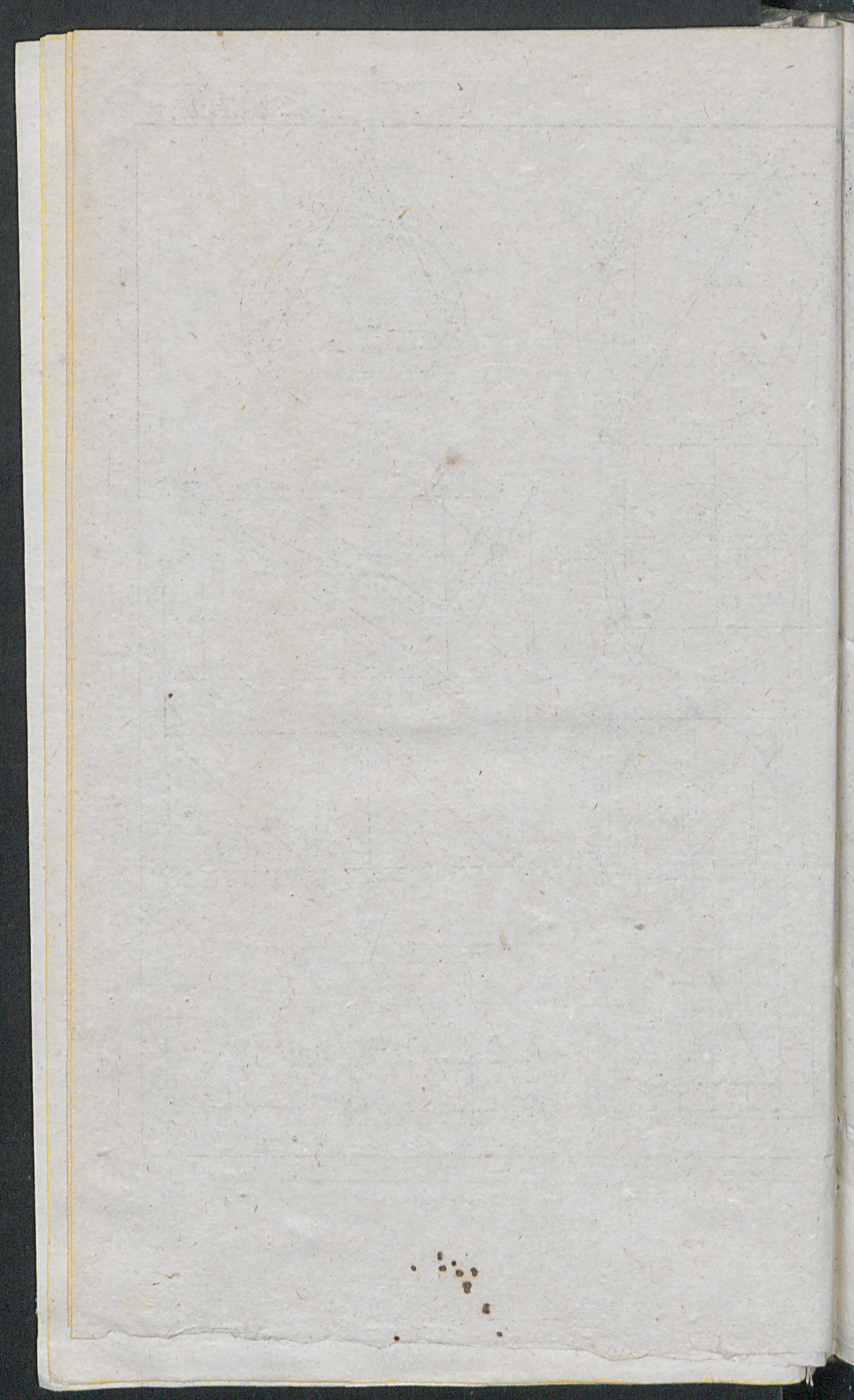

E
F
D
G
B
101.
C
A
D
B
E
102.
A
C
F
A
D
B
103.
C
D
C
104.
A
B
D
A
B
B
C
C
105.
A
B
D
n
m
106.
A
s
r
r
o
C
B
D
107.
x
y
C
A
G
B
F
A
G
E
Z
C
108.
B
F
D
E
A
C
B
109.
F
B
A
E
D
110.
C
G

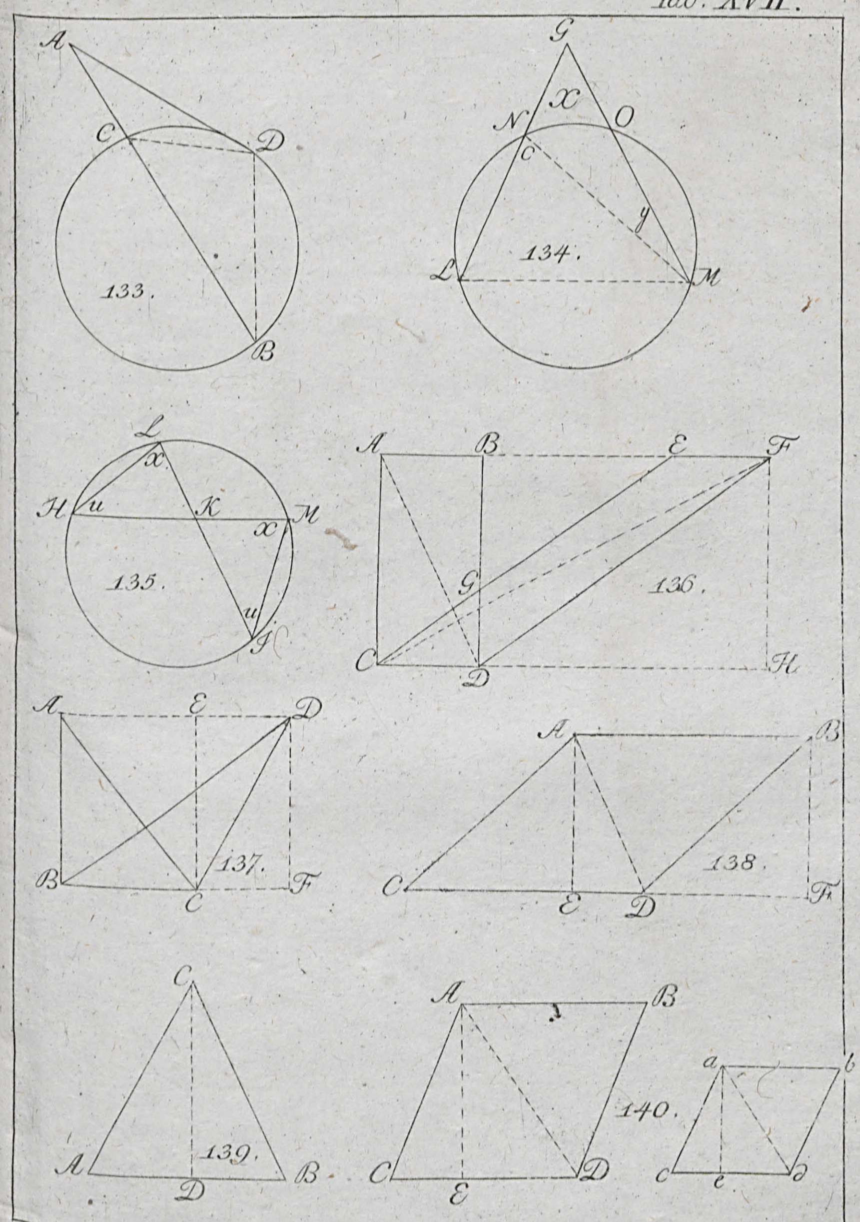

второй Части
111.
113.
112.
114.
115.
117.
116.
118.
A C G D B F E
A B C D
A B C D
A B E F G C D
A B C E F G D
A B H C D E J F G
O y x P m N n o u Q
C A B E D

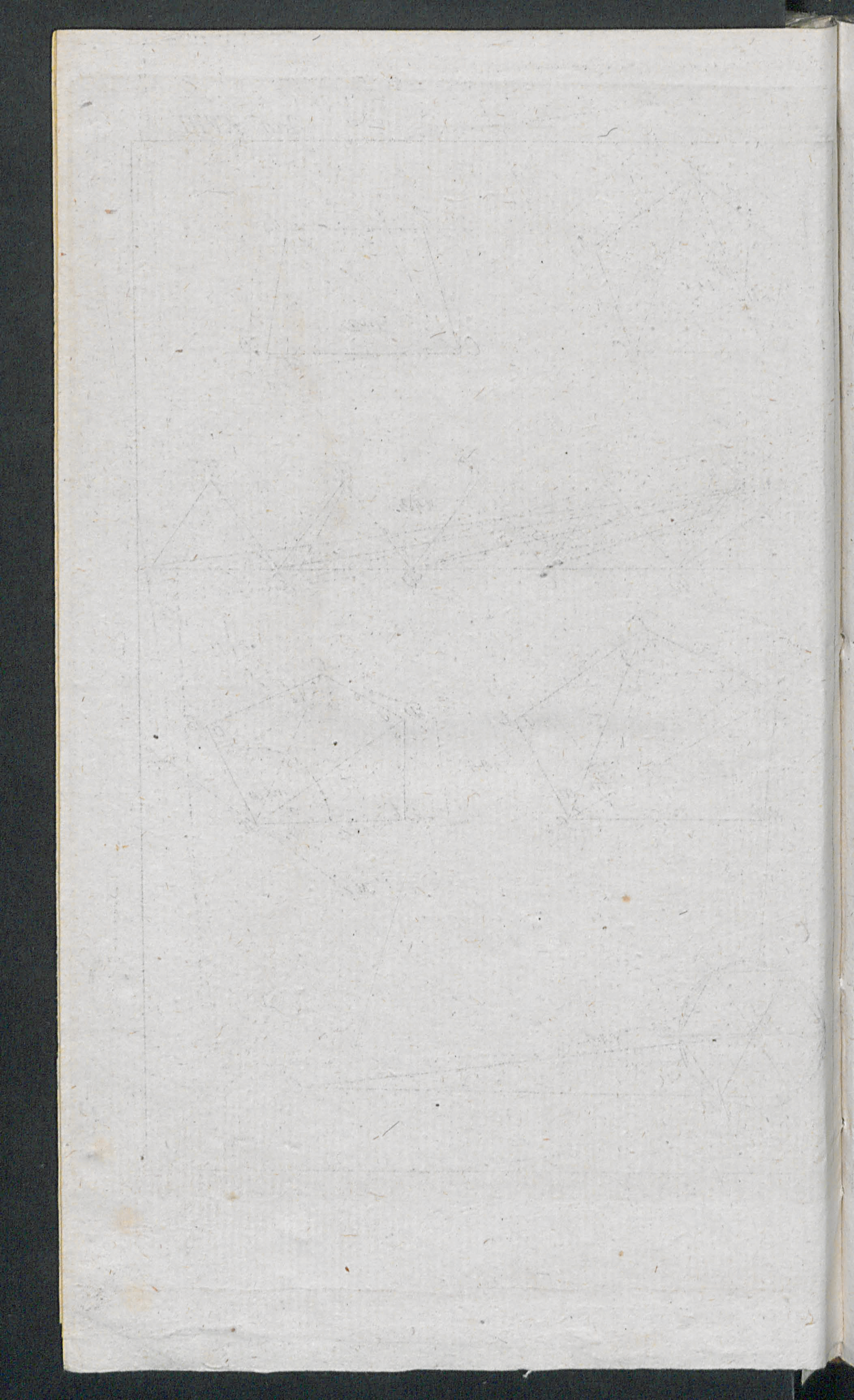
Tab. XV.

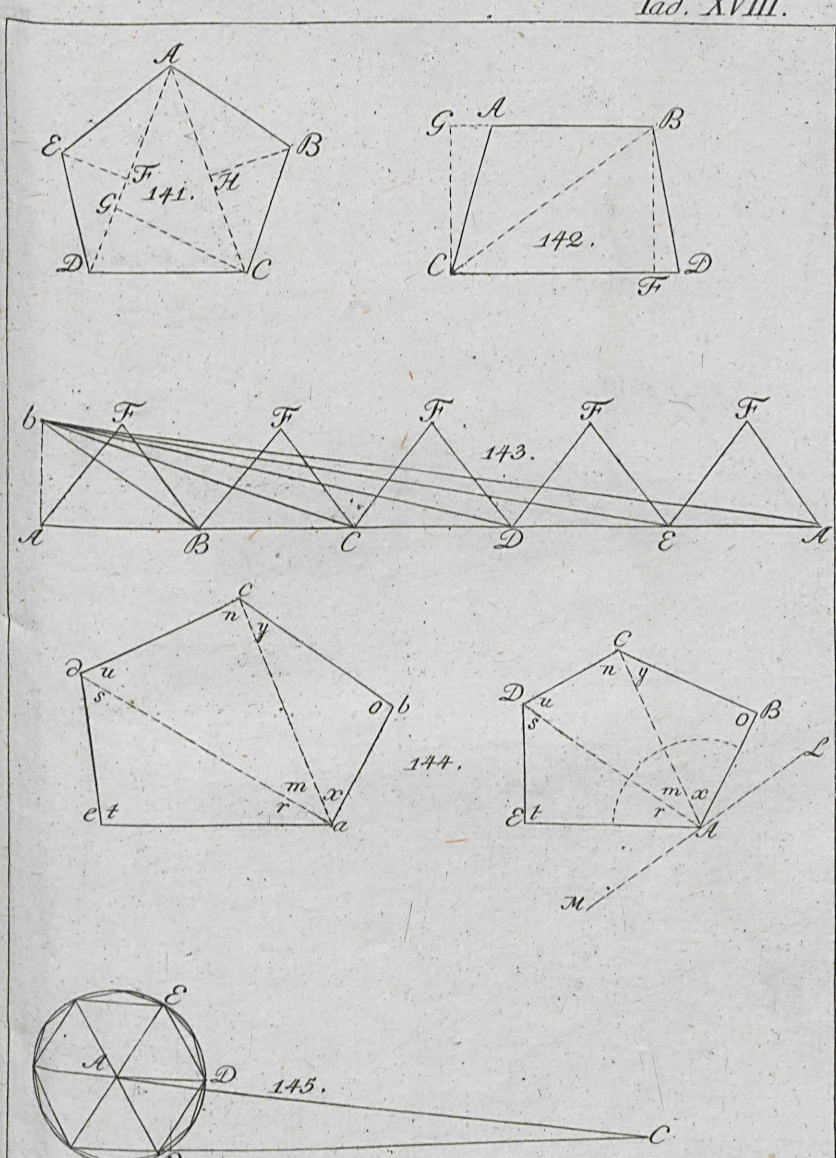


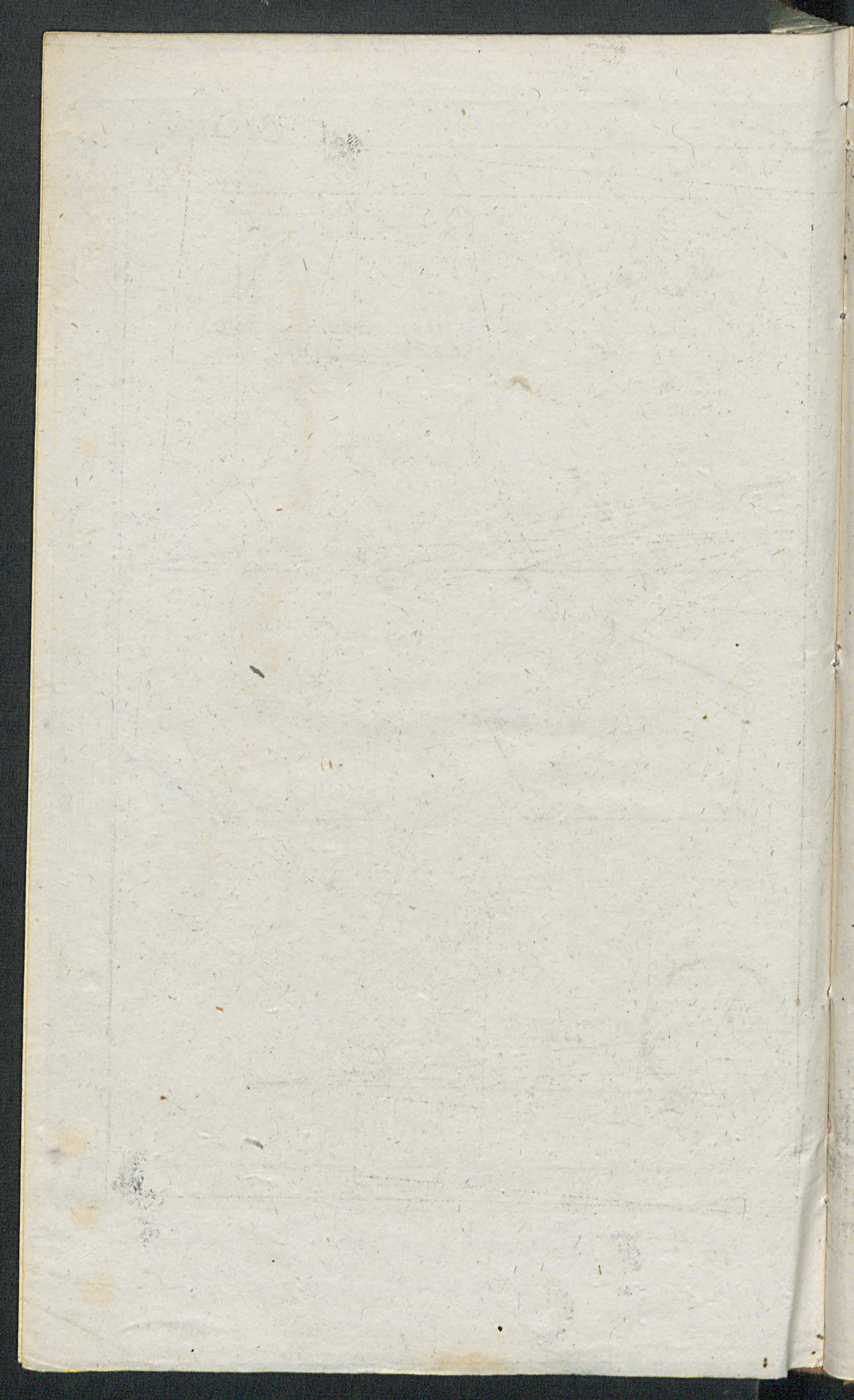

125.
126.
127.
128.
129.
130.
131.
132.




A
C
D
B
133.
G
X
N
O
c
y
134.
L
M
L
x
H
u
K
M
x
135.
u
J
A
B
E
F
G
136.
C
D
H
A
E
D
B
C
F
137.
A
B
C
E
D
F
138.
C
A
B
D
139.
A
B
C
D
E
140.
a
b
c
e
d




141.
A
B
C
D
E
F
G
H
142.
A
B
C
D
F
G
143.
b
F
A
B
C
D
E
144.
c
d
b
e
a
n
y
u
s
o
m
x
r
t
C
D
B
E
A
L
M
145.
A
B
C
D
E



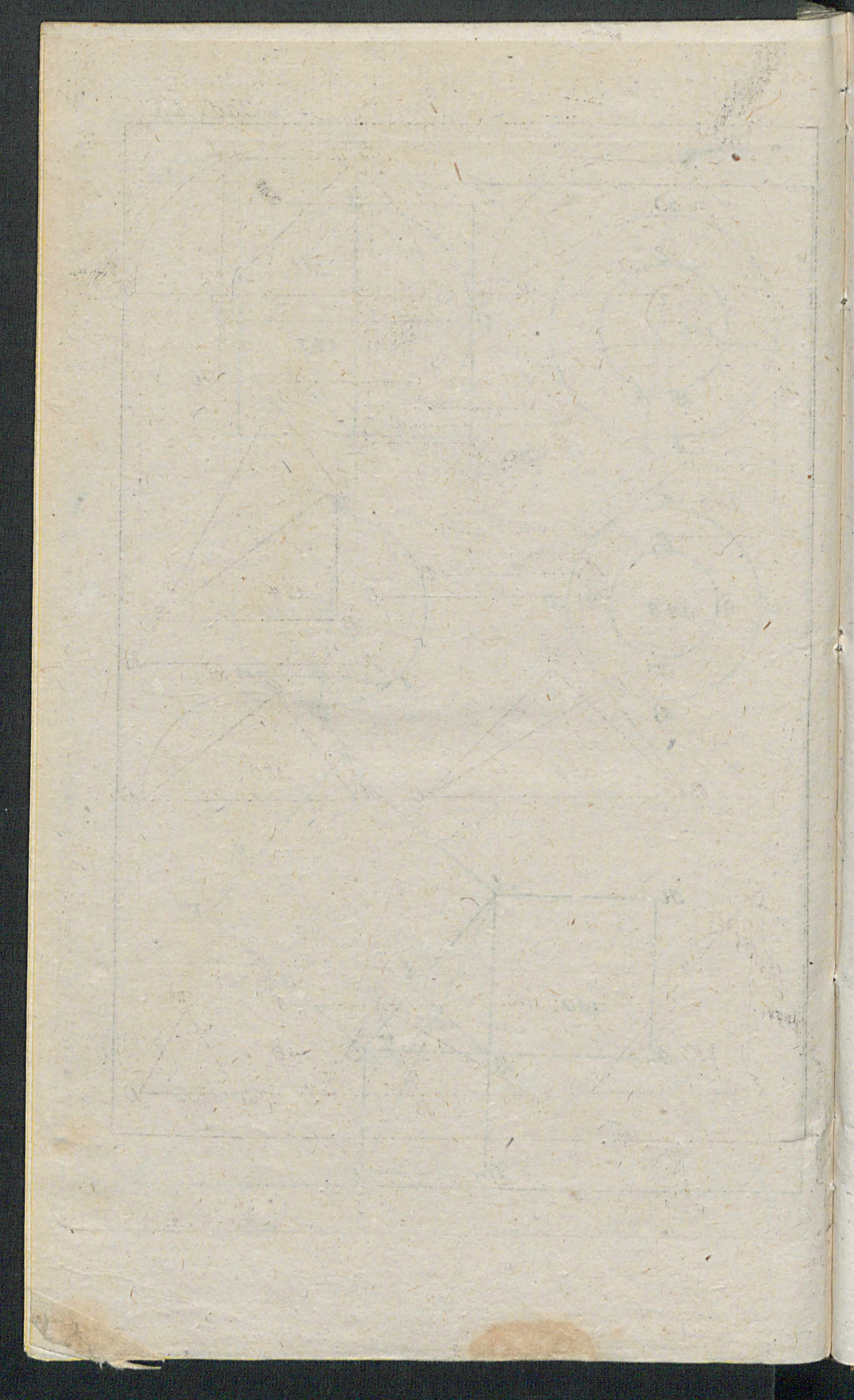
D
E
C
146.
B b
A a

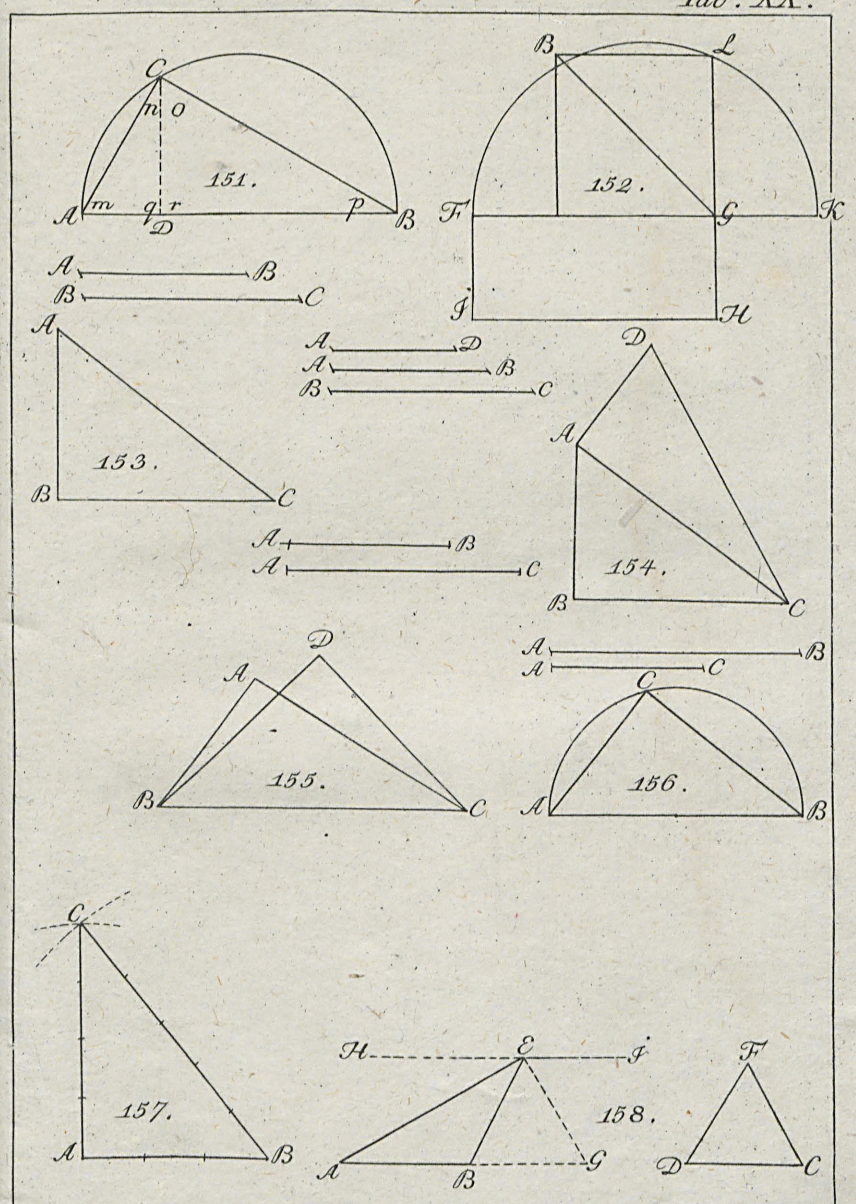
L M N
O C P
147.
Q S R

A
E
C S 148. H D
F
B

F
C 149.
E
A B
D

G
K
H A
F
L
150.
x
y C
I B o
D E




C
n o
151.
A m q r p B
D
B L
152.
F G K
J H
A B
B C
A
153.
B C
A D
A B
B C
D
A
154.
B C
A B
A C
D
A
155.
B C
A B
A C
C
156.
A B
C
157.
A B
H E I
158.
F
A B G
D C

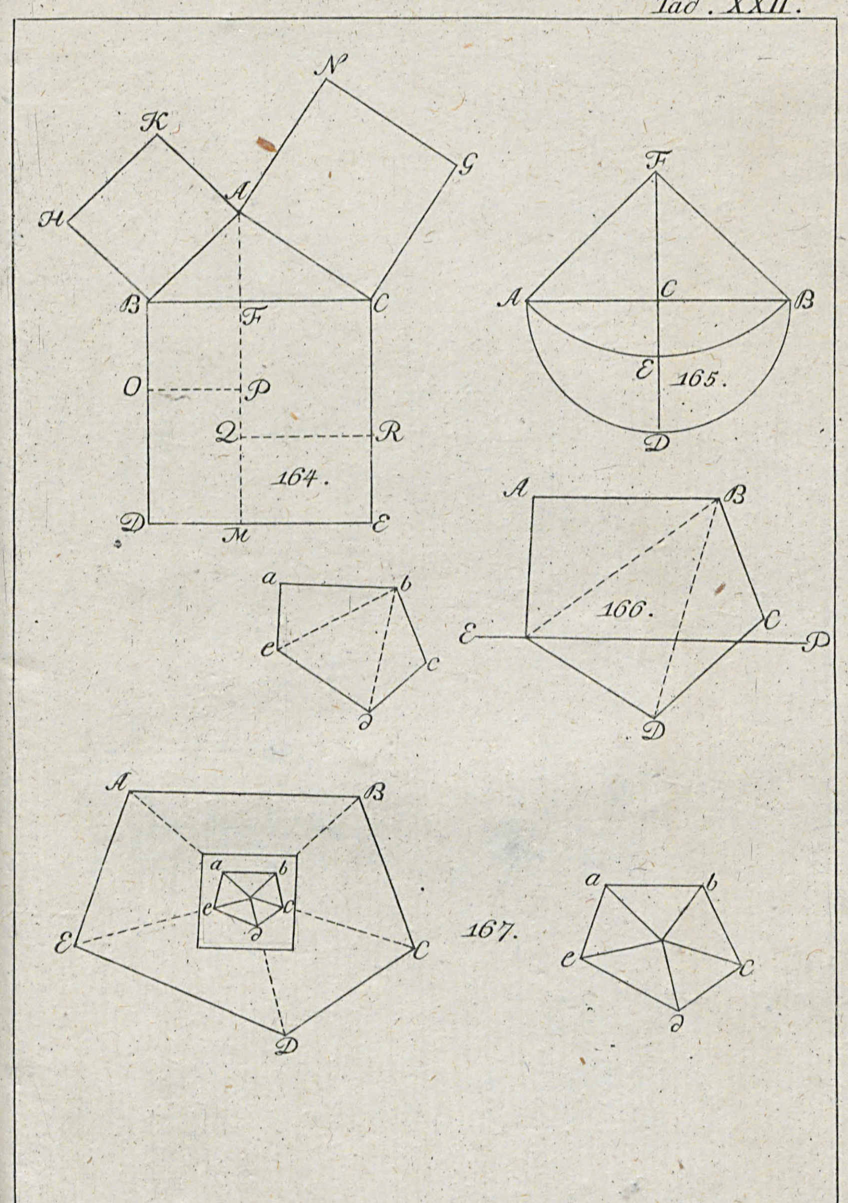
H G E C F A B 159. J D

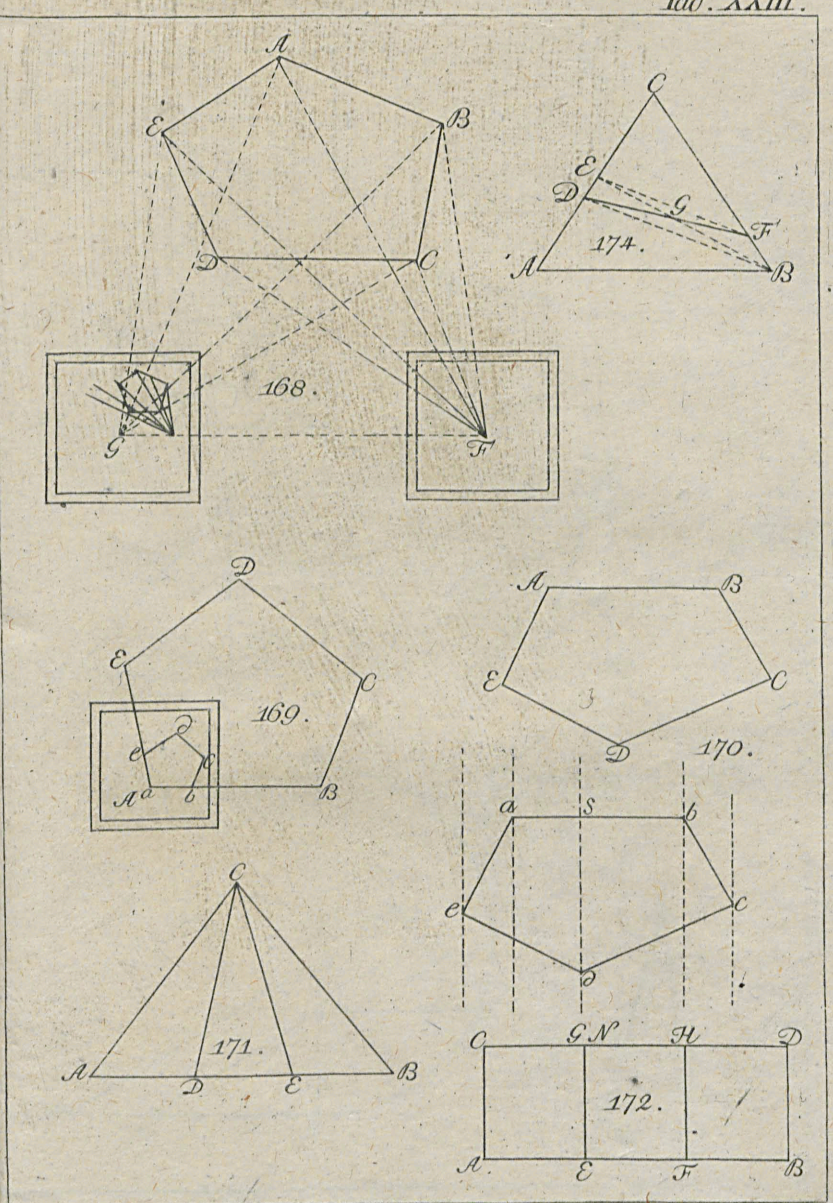
C B E G 161. D F A

F G E L K H J 162. A C B D

L F M D E C G K A B 160. H J

L N G H M F J 163. B D E C


N
K
G
A
H
F
A
C
B
B
C
F
O
P
E 165.
Q
R
D
164.
A
B
D
M
E
a
b
166.
C
E
P
e
c
D
A
B
a
b
e
c
167.
E
C
a
b
D
e
c
d



A
B
C
D
E
F
G
168.
174.
169.
170.
171.
172.

Tab. XXIV.

173.

175.

176.

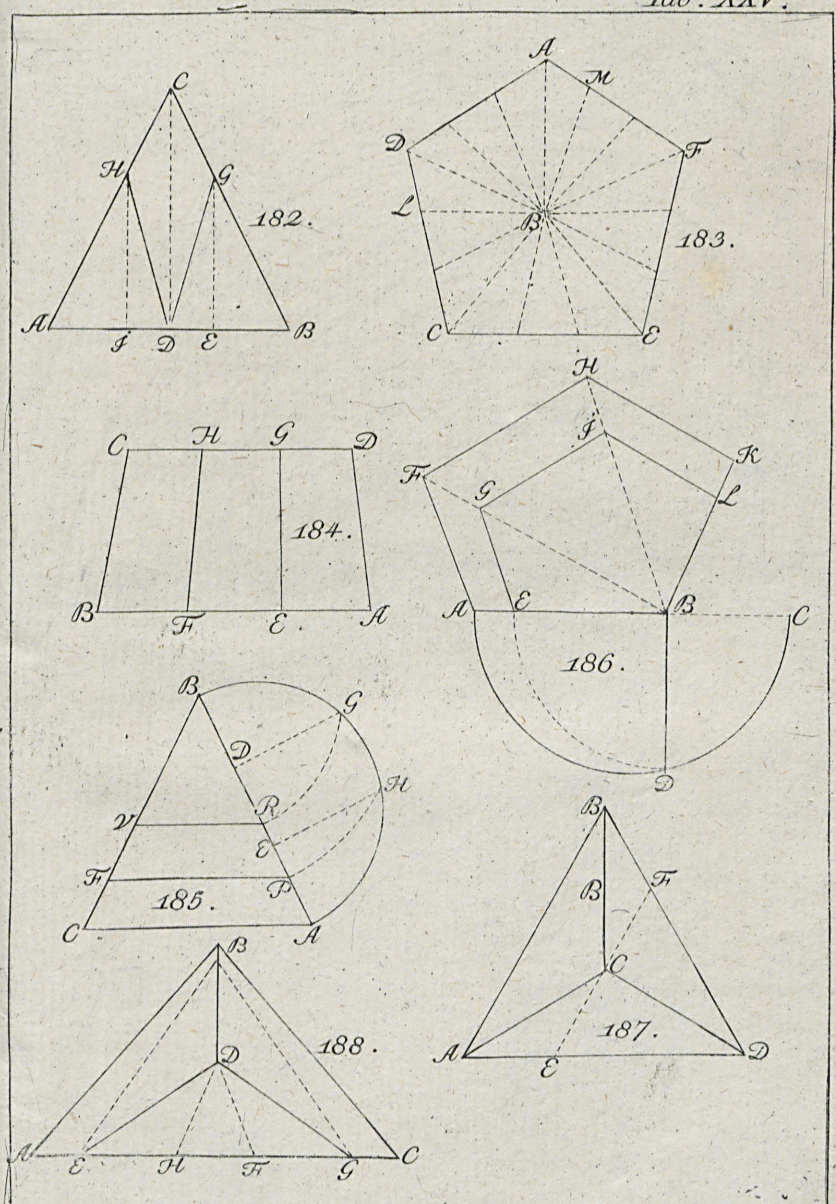
177.

178.

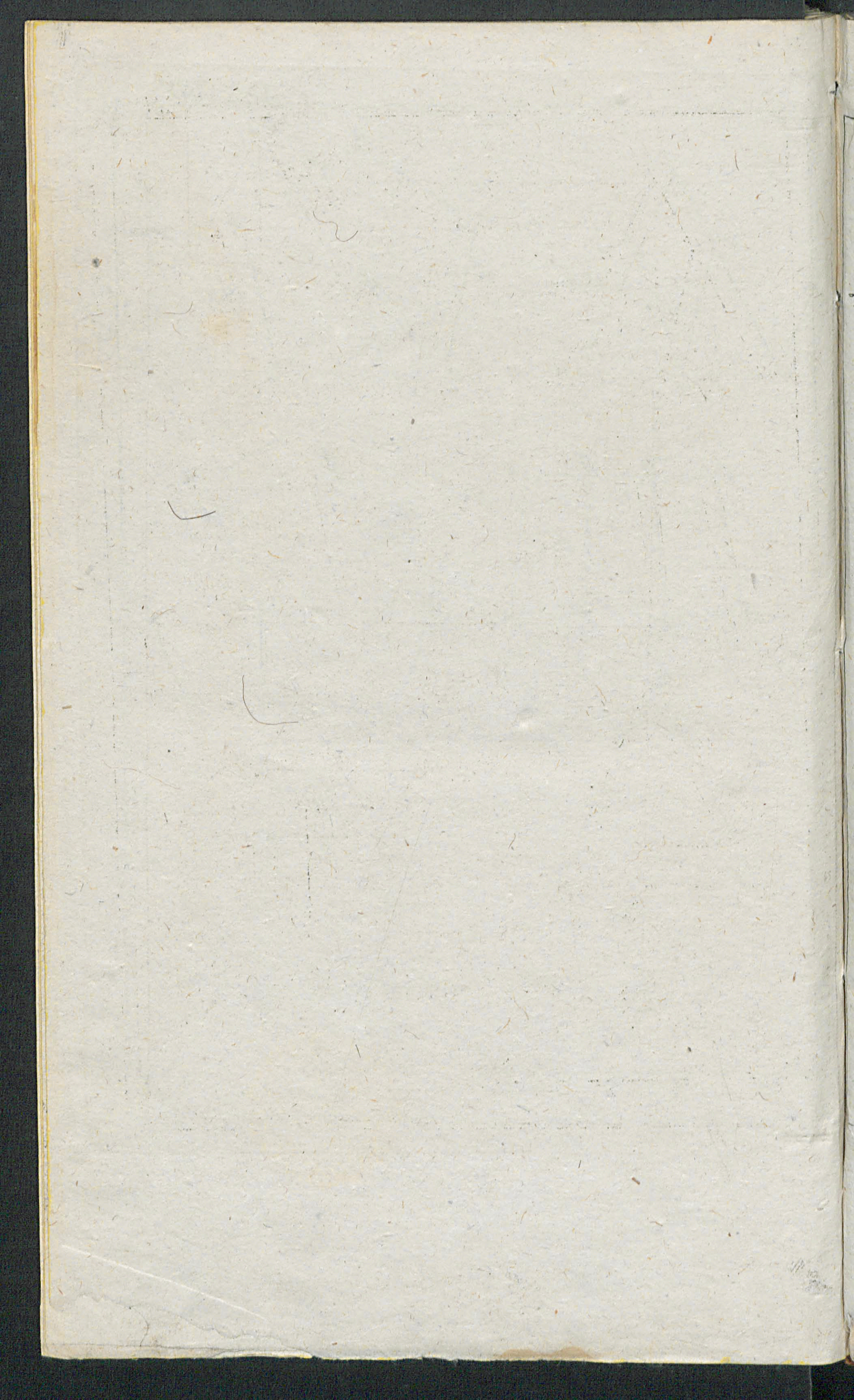
179.

180.

181.



182.
C
H
G
A
I
D
E
B
183.
A
M
D
F
L
B
C
E
184.
C
H
G
D
B
F
E
A
186.
H
I
K
F
G
L
A
E
B
C
D
185.
B
G
D
H
V
R
E
F
P
C
A
187.
B
B
F
C
A
E
D
188.
B
D
A
E
H
F
G
C



Tab. XXVI.

192.

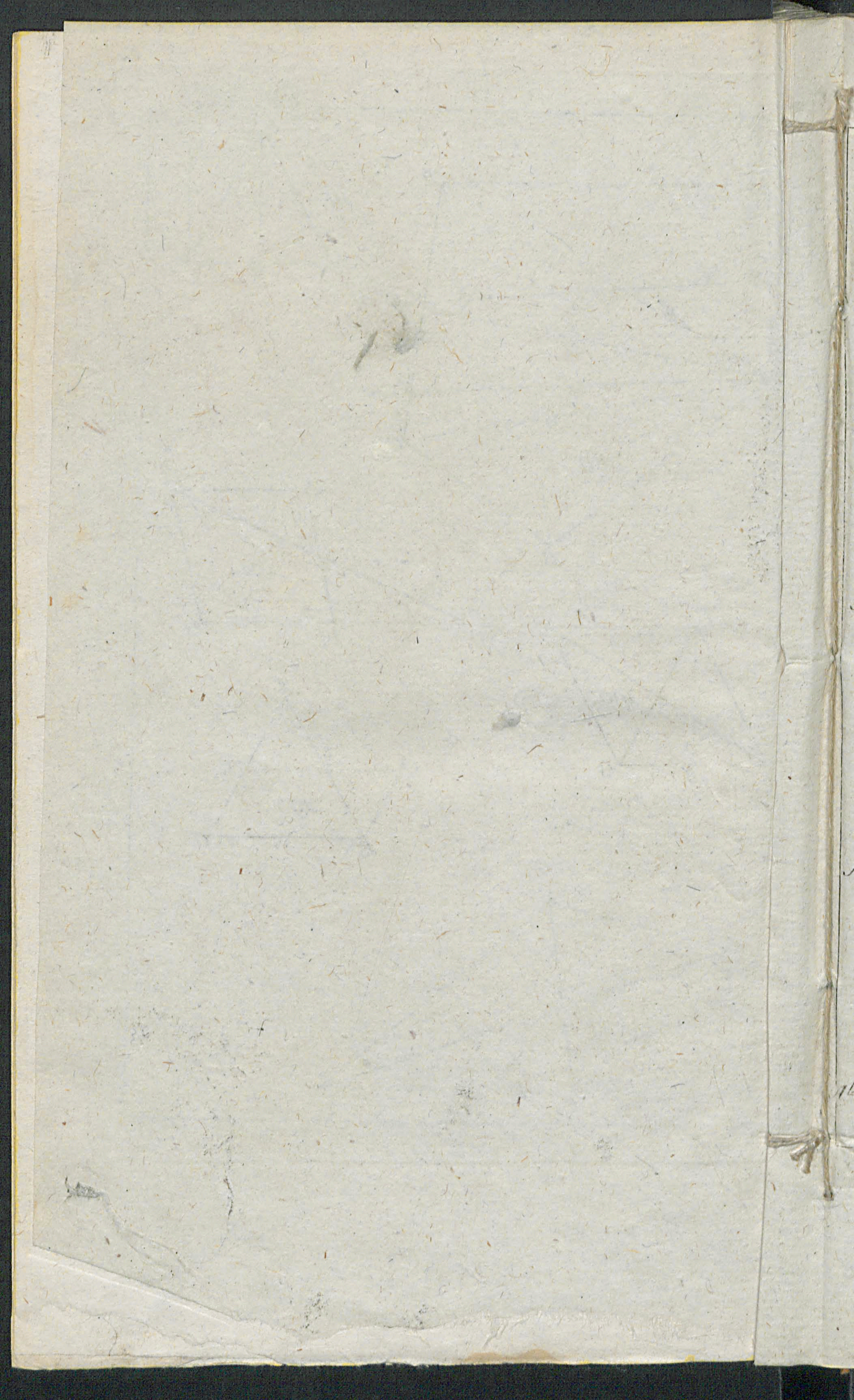
189.

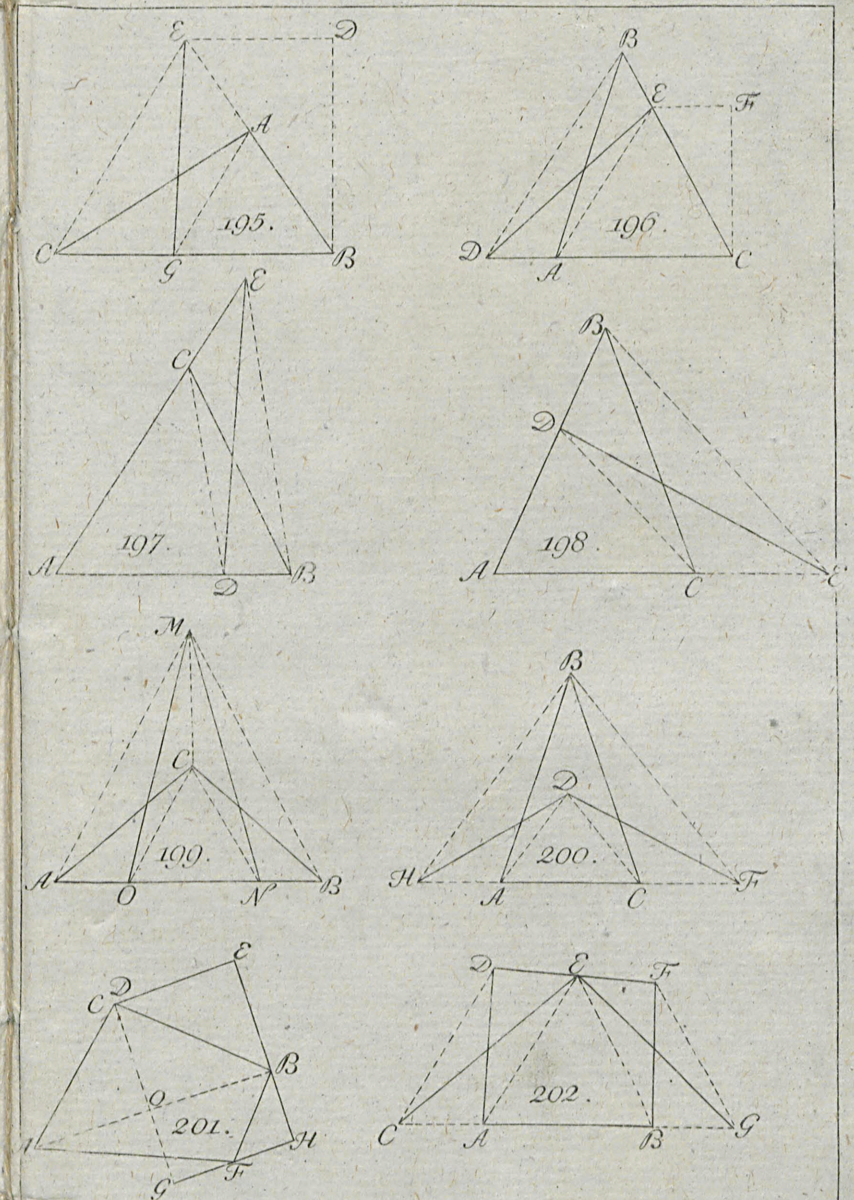
191.

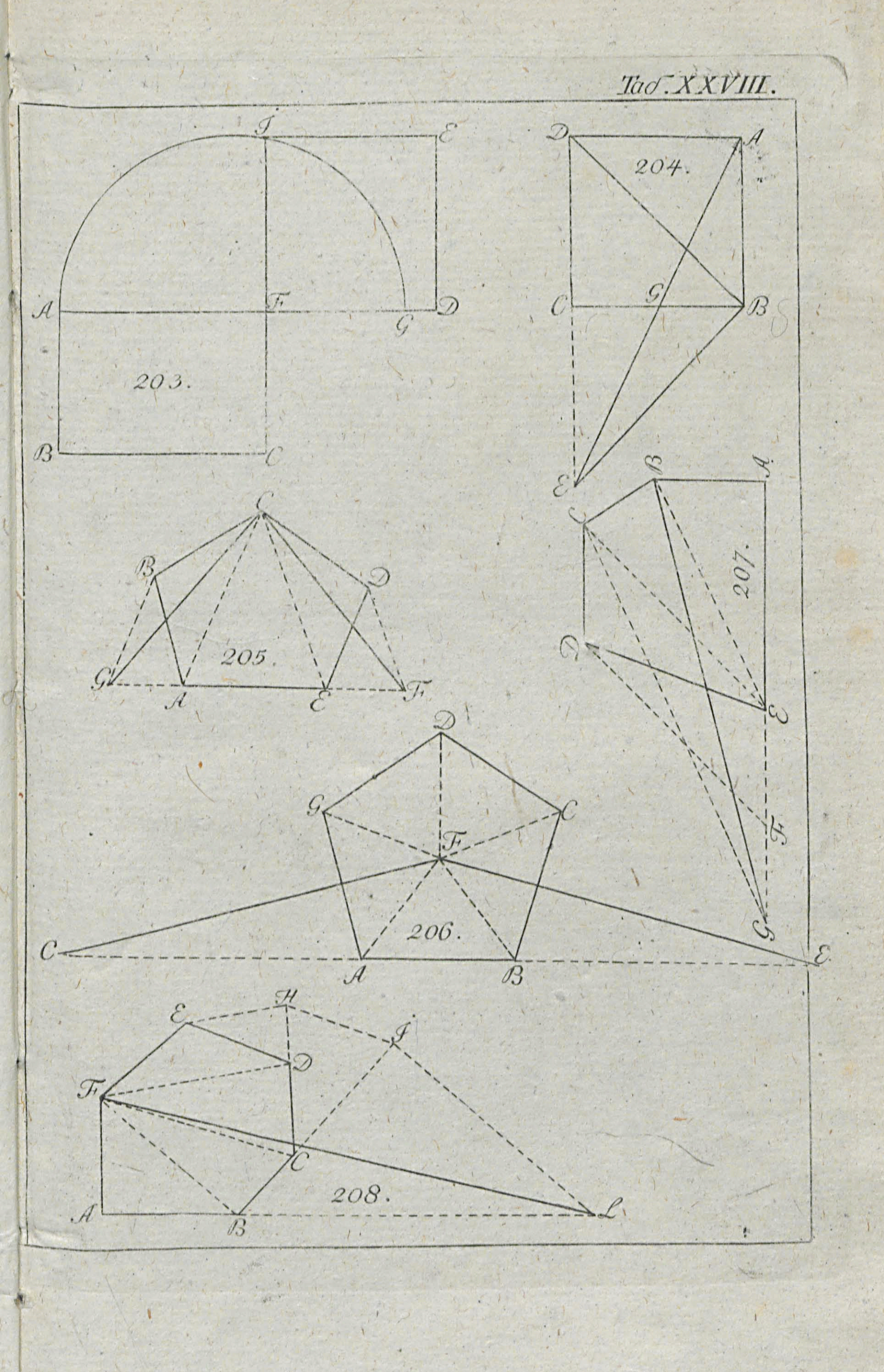
190.

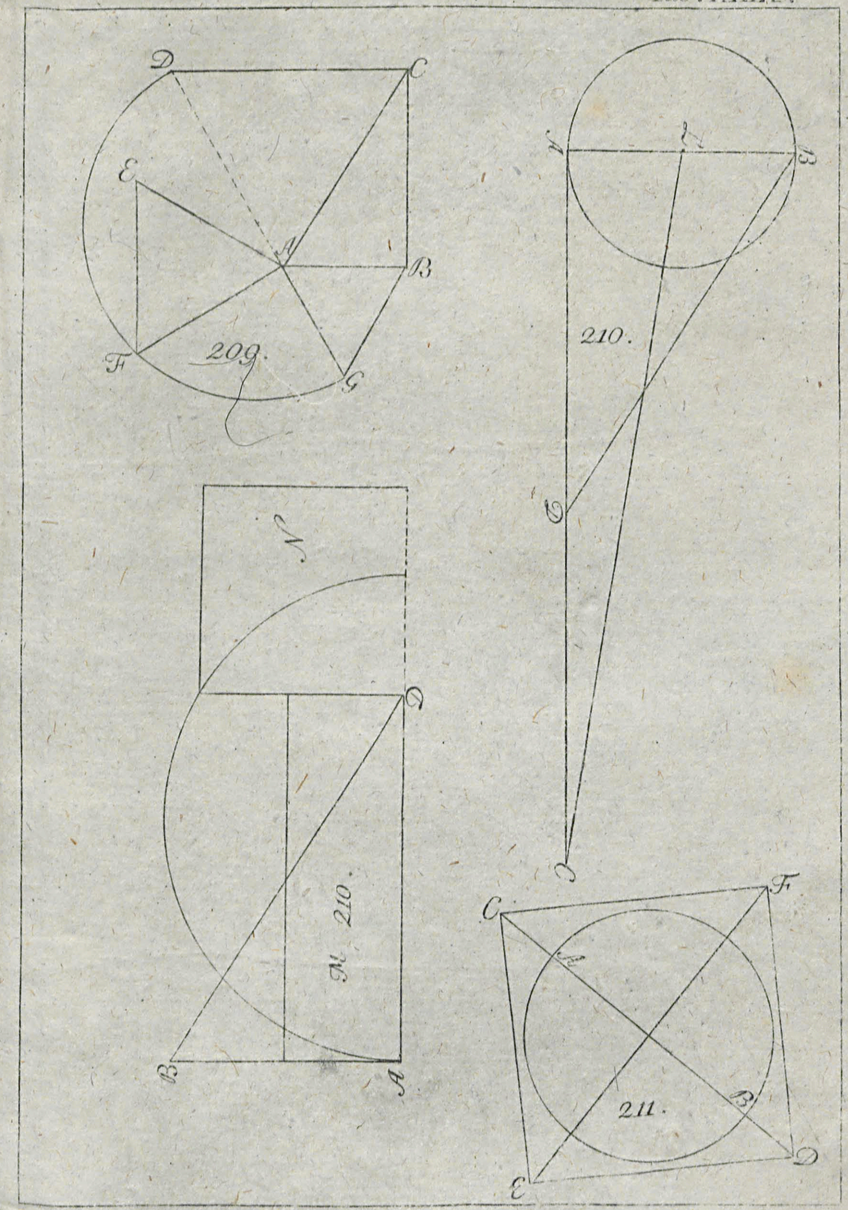
193.

194.




E
D
A
195.
C
G
B
B
E
F
196.
D
A
C
E
C
197.
A
D
B
B
D
198.
A
C
E
M
C
199.
A
O
N
B
B
D
200.
H
A
C
F
E
C
D
B
201.
A
H
F
G
D
E
F
202.
C
A
B
G


203.
204.
205.
206.
207.
208.


D
C
E
A
B
F
209.
G
210.
N
D
M 210.
B
A
C
F
A
B
211.
D
E

E

C B D

212.

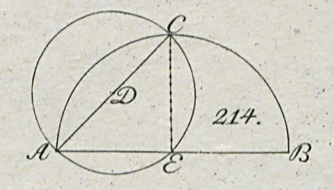
A F

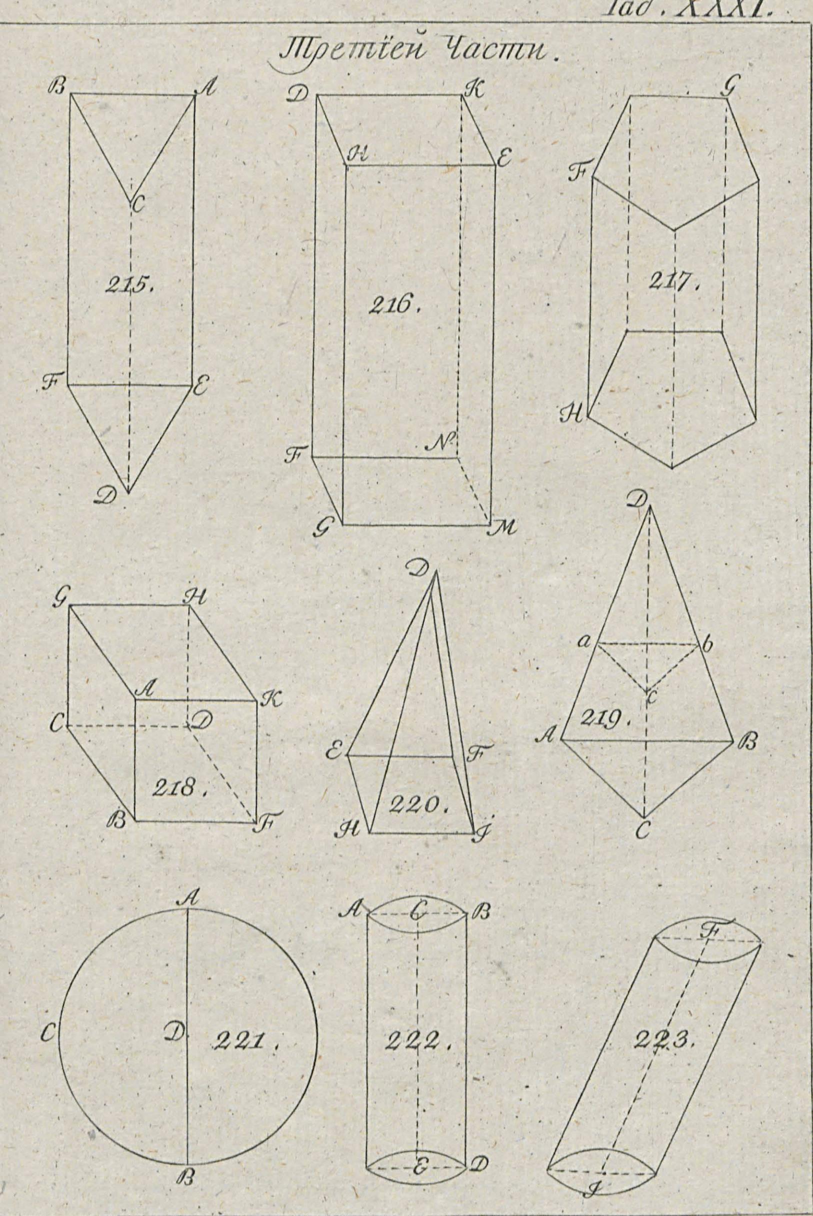
E

D

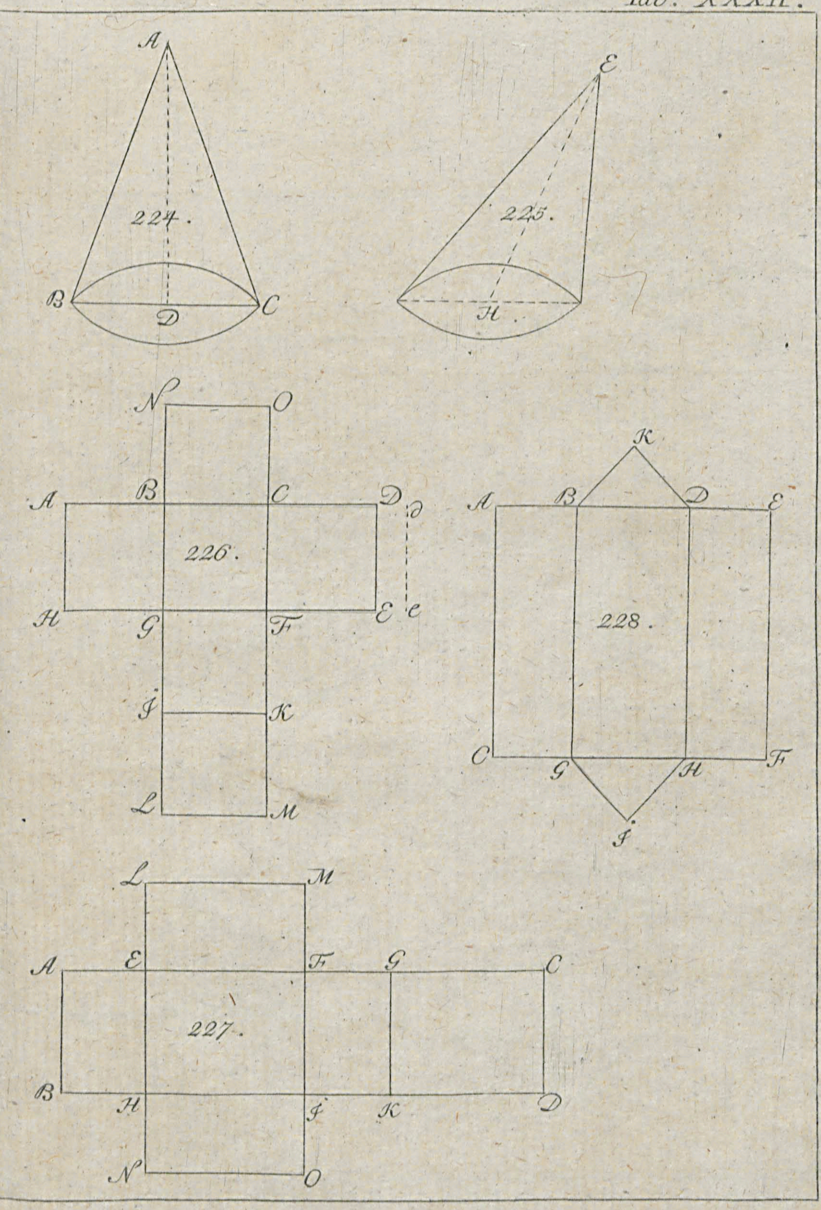
A C. B

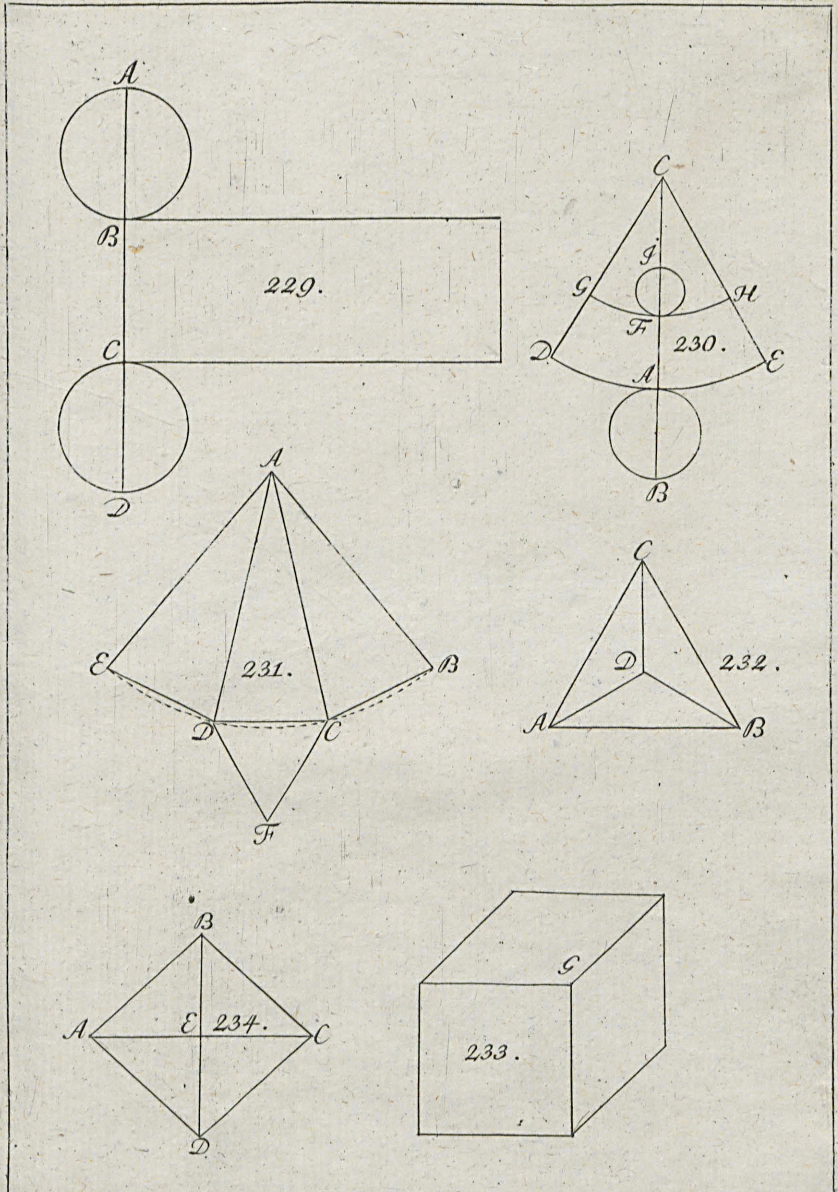
213.

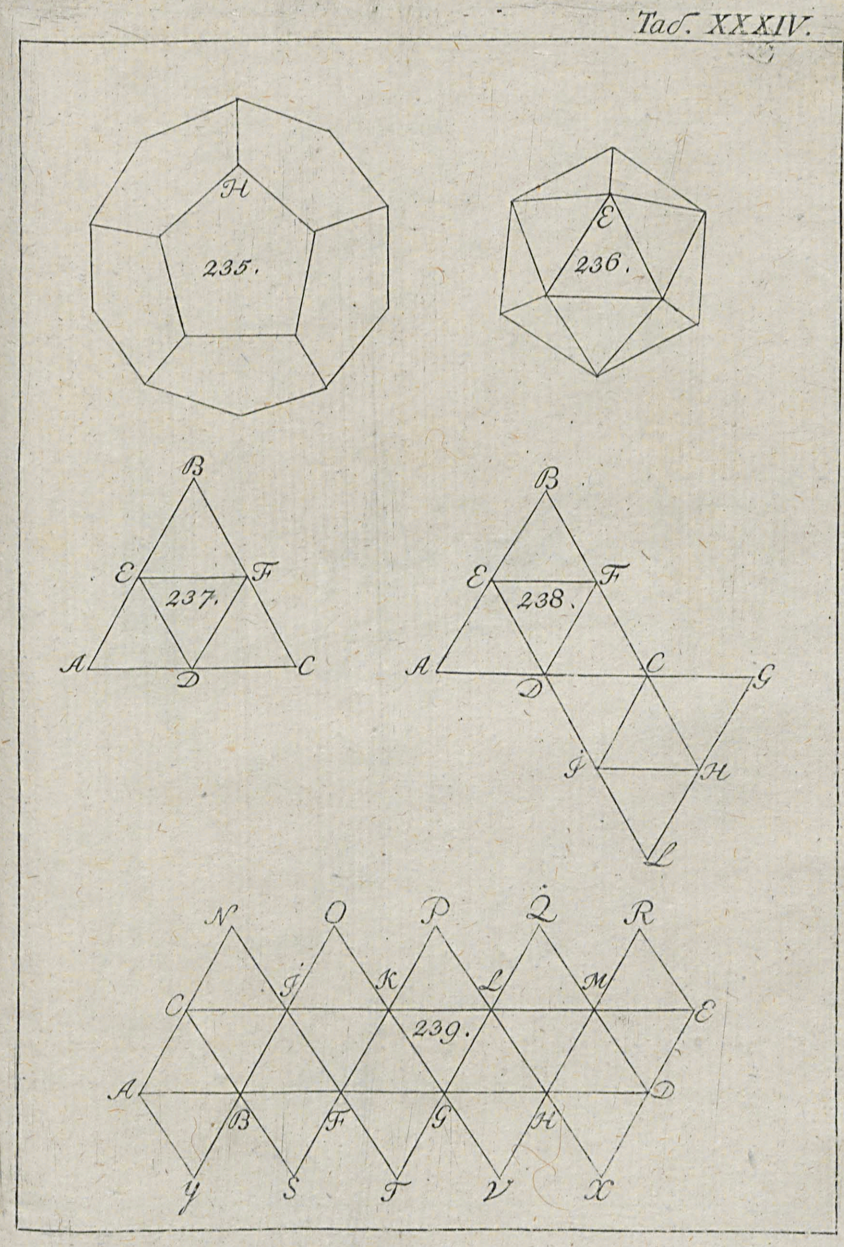


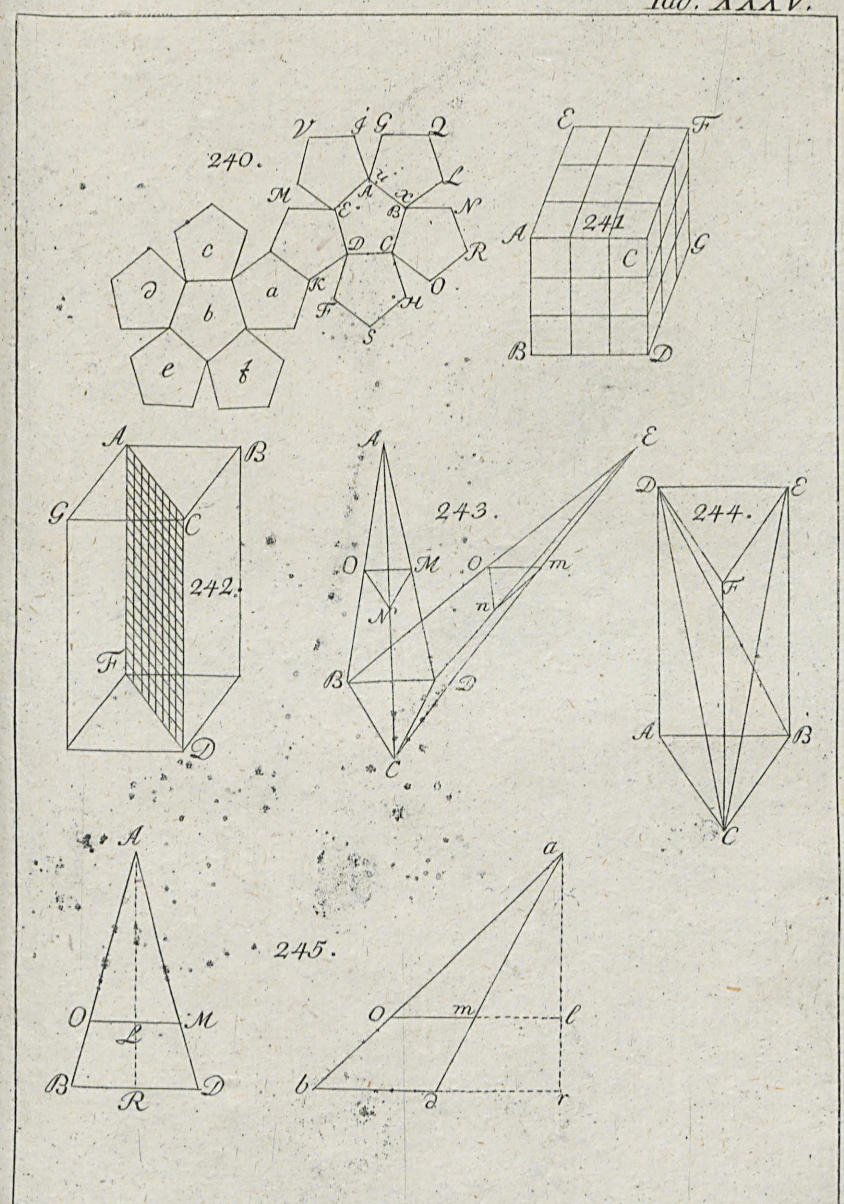


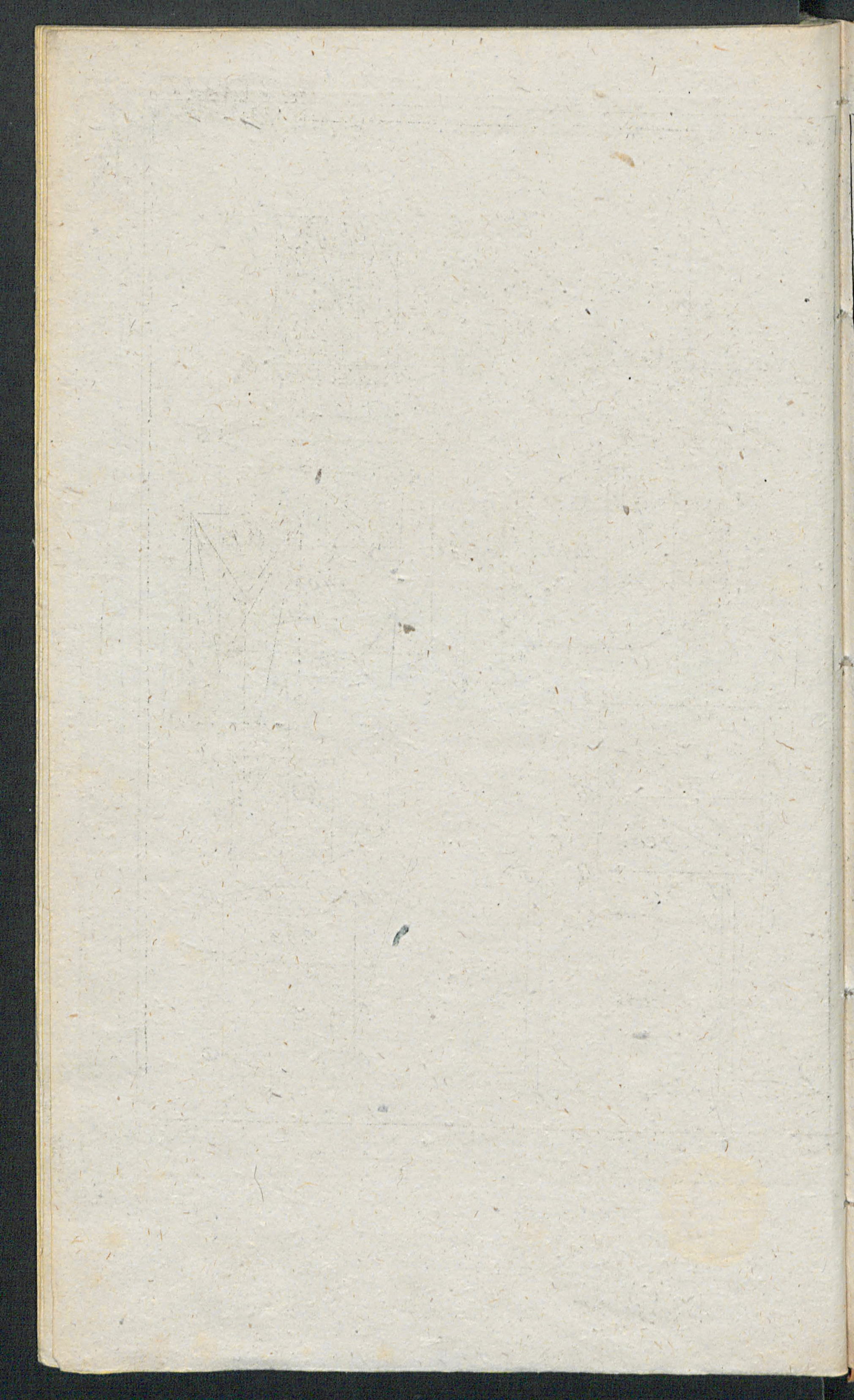
Третїей Части.
B A C F E D
215.
D K H E F N. G M
216.
G F H
217.
G H A K C D B F
218.
D E F H J
220.
D a b c A B C
219.
A C D B
221.
A C B E D
222.
F J
223.

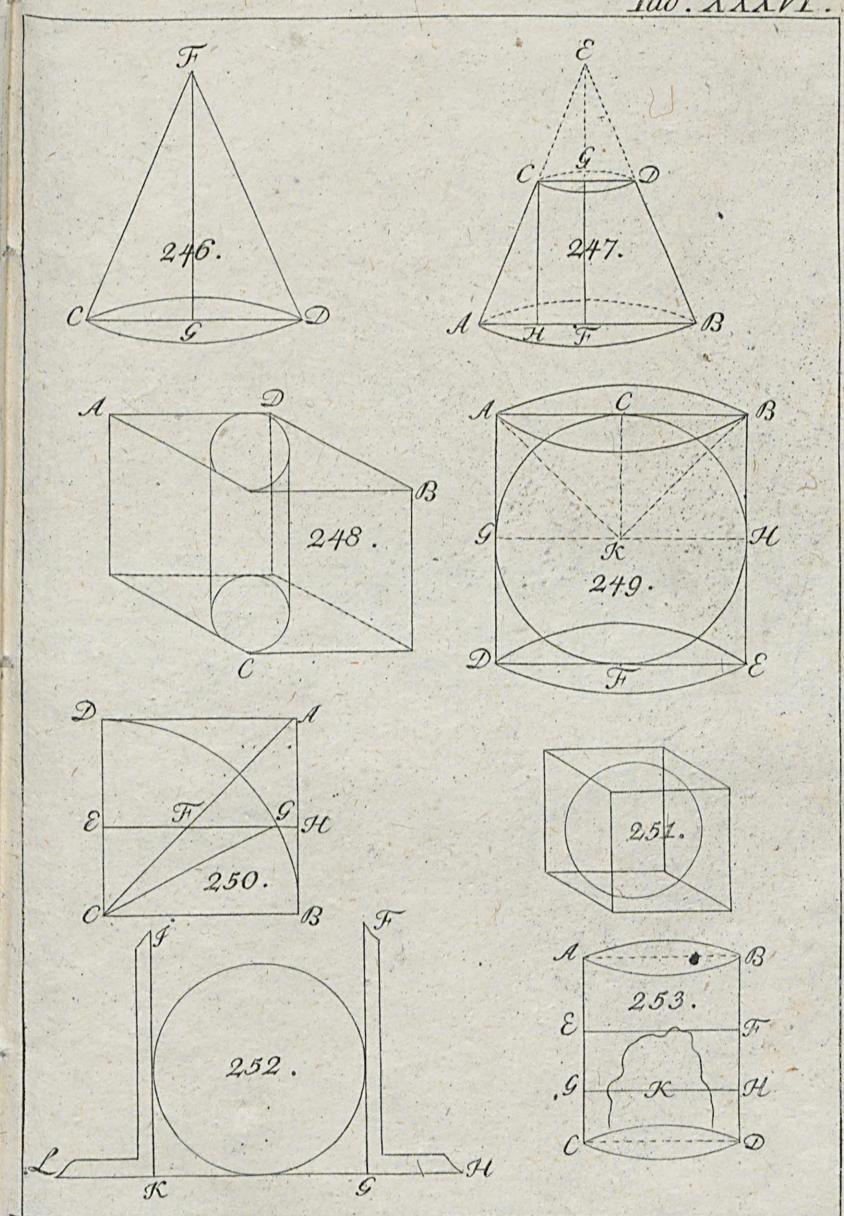

A
224.
B
D
C
E
225.
H.
N
O
A
B
C
D
d
226.
H
G
F
E
e
J
K
L
M
K
A
B
D
E
228.
C
G
H
F
J
L
M
A
E
F
G
C
227.
B
H
J
K
D
N
O

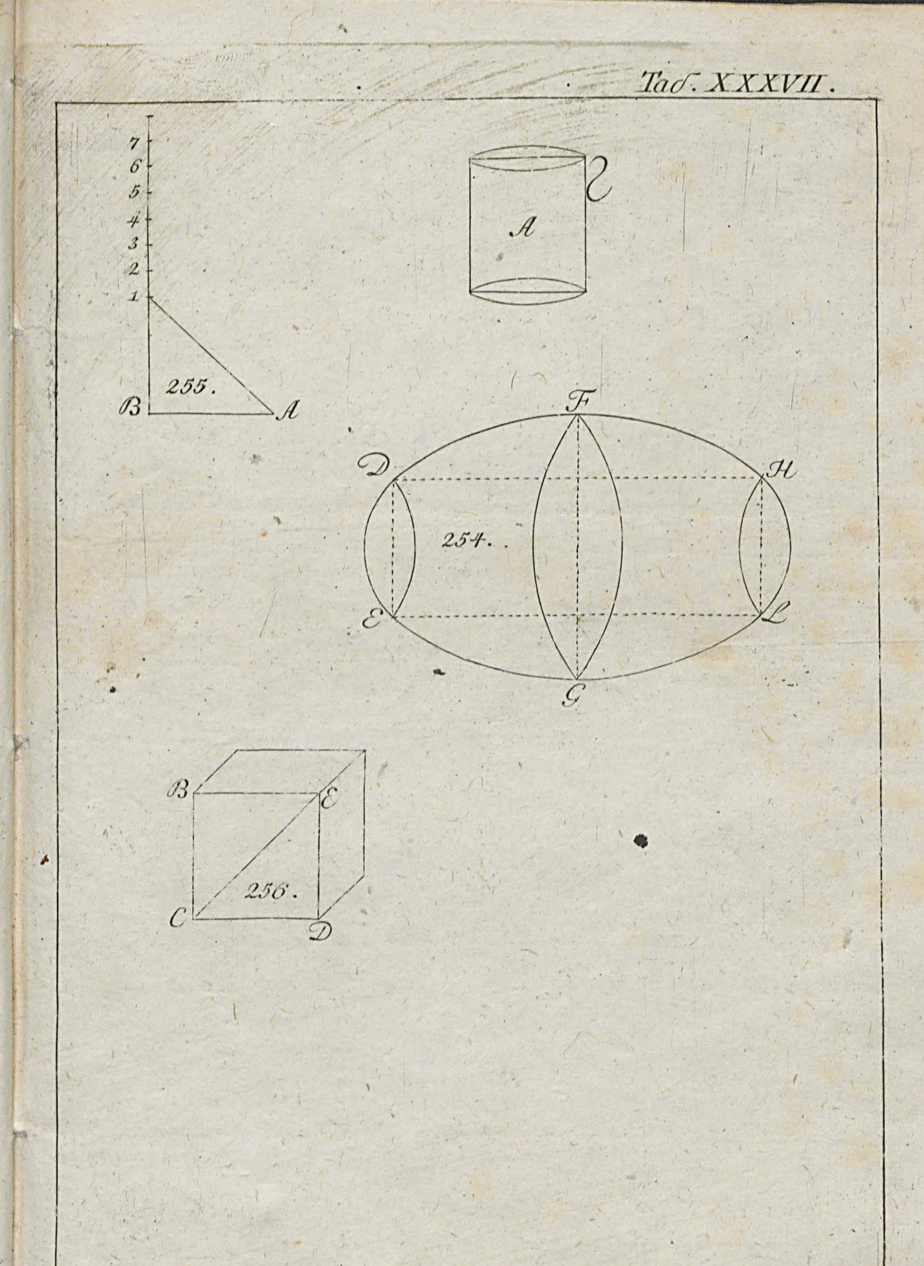

A
B
229.
C
D
C
J
G
H
F
230.
D
E
A
B
A
231.
E
B
D
C
F
C
D
232.
A
B
B
A
E
234.
C
D
G
233.


H
235.
E
236.
B
E
F
237.
A
D
C
B
E
F
238.
A
D
C
G
I
H
L
N
O
P
Q
R
C
I
K
L
M
E
239.
A
D
B
F
G
H
Y
S
T
V
X


240.
V
J
G
Q
M
A
u
x
L
E
B
N
D
C
R
c
a
K
O
d
b
F
H
S
e
f
E
F
241
A
C
G
B
D
A
B
G
C
242.
F
D
A
243.
O
M
O
m
N
n
B
D
C
E
D
E
244.
F
A
B
C
A
245.
O
M
L
B
R
D
a
O
m
l
b
d
r




F
246.
C
G
D
E
G
C
D
247.
A
H
F
B
A
D
B
248.
C
A
C
B
G
H
K
249.
D
F
E
D
A
E
F
G
H
250.
C
B
251.
I
F
252.
L
K
G
H
A
B
253.
E
F
G
K
H
C
D


7
6
5
4
3
2
1
255.
B
A
A
F
D
H
254.
E
L
G
B
E
256.
C
D